

Thème A – Nombres et calculs

Au cycle 4, les élèves consolident le sens des nombres et confortent la maîtrise des procédures de calcul, sans objectif de virtuosité technique. Ils manipulent des nombres rationnels de signe quelconque. Ils utilisent les différentes écritures d'un même nombre (fractionnaire, décimale, notation scientifique). Les puissances sont introduites pour faciliter l'évaluation d'ordres de grandeurs (notamment en relation avec d'autres disciplines) et la simplification de certaines écritures.

Les élèves abordent les bases du calcul littéral, qu'ils mettent en oeuvre pour modéliser une situation, démontrer une propriété générale et résoudre des problèmes se ramenant à des équations du premier degré. Les élèves sont progressivement familiarisés aux différents statuts de la lettre (indéterminée, variable, inconnue, paramètre) et du signe égal (pour fournir le résultat d'une opération, pour traduire l'égalité de deux représentations d'un même nombre, dans une équation, dans une identité). À l'occasion d'activités de recherche, ils peuvent rencontrer des nombres irrationnels, par exemple dans l'utilisation du théorème de Pythagore ou la résolution d'équations de la forme $x^2=a$.

Attendus de fin de cycle

- utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes ;
- comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers ;
- utiliser le calcul littéral.

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Nombres

Connaissances

- nombres décimaux (positifs et négatifs), notion d'opposé ;
- fractions, nombres rationnels (positifs et négatifs), notion d'inverse ;
- les carrés parfaits de 1 à 144 ;
- définition de la racine carrée ;
- les préfixes de nano à giga.

Compétences associées

- utiliser diverses représentations d'un même nombre (écriture décimale ou fractionnaire, notation scientifique, repérage sur une droite graduée) ;
- passer d'une représentation d'un nombre à une autre.

Comparaisons de nombres

Connaissances

- égalité de fractions (démonstration possible à partir de la définition du quotient) ;
- ordre sur les nombres rationnels en écriture décimale ou fractionnaire.

Compétences associées

- comparer, ranger, encadrer des nombres rationnels en écriture décimale, fractionnaire ou scientifique
- repérer et placer un nombre rationnel sur une droite graduée ;
- associer à des objets des ordres de grandeur (par exemple taille d'un atome, d'une bactérie, d'une alvéole pulmonaire, longueur de l'intestin, capacité de stockage d'un disque dur, vitesses du son et de la lumière, populations française et mondiale, distance Terre-Lune, distance du Soleil à l'étoile la plus proche, etc.).

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

Connaissances

- somme, différence, produit, quotient de nombres décimaux, de deux nombres rationnels ;
- puissance d'un nombre (exposants entiers, positifs ou négatifs) ;
- notation scientifique.

Compétences associées

- calculer avec des nombres relatifs, des fractions, des nombres décimaux ;
- vérifier la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant son ordre de grandeur ;
- effectuer des calculs numériques simples impliquant des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique ;
- utiliser la racine carrée pour résoudre des problèmes, notamment géométriques ;
- effectuer des calculs et des comparaisons pour traiter des problèmes.

La mise en acte de produits et de quotients de puissances de même base résulte de l'application de la définition plutôt que de celle d'une formule.

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Connaissances

- multiples et diviseurs ;
- critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9 ;
- division euclidienne (quotient, reste) ;
- définition d'un nombre premier ; liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30 ;
- fractions irréductibles.

Compétences associées

- déterminer si un entier est ou n'est pas multiple ou diviseur d'un autre entier ;
- déterminer les nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 ;
- utiliser les critères de divisibilité par 2, 3, 5, 9, 10 ;
- déterminer les diviseurs d'un nombre à la main, à l'aide d'un tableur, d'une calculatrice ;
- décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main ou à l'aide d'un logiciel) ;
- simplifier une fraction pour la rendre irréductible ;
- modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes, etc.).

Utiliser le calcul littéral

Connaissances

- notions d'inconnue, d'équation, d'indéterminée, d'identité ;
- propriétés de distributivité (simple et double) ;
- annulation d'un produit (démonstration possible par disjonction de cas) ;
- factorisation de a^2-b^2 .

Compétences associées

- développer, factoriser, réduire des expressions algébriques dans des cas très simples ;
- utiliser le calcul littéral pour traduire une propriété générale (par exemple la distributivité simple), pour démontrer un résultat général (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de trois), pour valider ou réfuter une conjecture, pour modéliser une situation ;
- mettre un problème en équation en vue de sa résolution ;
- résoudre algébriquement des équations du premier degré ou s'y ramenant (équations produits), en particulier des équations du type $x^2=a$.

Il est attendu de démontrer au moins une propriété du calcul fractionnaire en utilisant le calcul littéral et la définition du quotient.

À l'issue d'activités rituelles de calcul et de verbalisation de procédures et la résolution de problèmes, menées tout au long du cycle, d'abord dans le cadre numérique, puis dans le cadre algébrique, les élèves doivent avoir mémorisé ou automatisé :

- les règles de calcul sur les nombres relatifs et les fractions, notamment la condition d'égalité de deux fractions (si $ad=bc$, alors $a/b= c/d$ et réciproquement) ;
- les conventions d'écritures du calcul littéral ;
- les formules de distributivité simple et double ;
- l'identité $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$;
- les procédures de résolution d'équations du type $ax=b$ et $a+x=b$.