- Calendrier
- Problème pour apprendre
- Typologie de problèmes
- Problème ouvert
- Numération
- Fractions et décimaux
- Calcul Mental
- Calcul posé
- Tech. Opér. de la X et :
- Champ additif
- Champ multiplicatif
- Espace et géométrie 2D
- Espace et géométrie 3D
- TICE : Rédigéo
- TICE : l'apprenti géom.
- Pistes de différenciation
- Contrat didactique
- La Numération au CIII
- Le Transcodage
- Fractions et décimaux
- Tech.Opér. de la :

S T A G E   R 4   M A T H E M A T I Q U E S

Extraits « les Bonhommes » Leçon 1, André Faber

Le calendrier

PREMIERE SEMAINE				
Ecole Hyacinthe GERIAC - Petit-Bourg (Pointe-à-Bacchus)				Ecole R. Bambuck – P-à-P
MARS	Lundi 13	Mardi 14	Jeudi 16	Vendredi 17
8h – 12h	Accueil Présentation, « faire des maths » Pb pour apprendre **Latapie M** **Pertin P**	Pb pour chercher, Solutions personnelles solutions expertes **Pertin P** **Dufresne G**	Numération C2/C3 **Latapie M** **Lemnos**	Séances en classe **Latapie M**
13h30 - 16h	Typologie de problèmes Analyse d'erreurs **Pertin P** **Latapie M**	Modalités de différenciation **Frenet C** **Dechosal J** **Lomon F**	Calcul mental C2 /C3 **Fillieux J** **Frenet C**	Situations progressions **Latapie M**

DEUXIEME SEMAINE				
Ecole Hyacinthe GERIAC - Petit-Bourg (Pointe-à-Bacchus)				
MARS	Lundi 20	Mardi 21	Jeudi 23	Vendredi 24
8h – 12h	Champ additif **Balli N** **Prudent T** **Roman R** **Vingadassalon B.**	Les troubles spatiaux **JM Christon**	Mi-carême	Calcul posé Multiplication & Division **Latapie M** **Fillieux J** **Frenet C** **Balli N**
13h30 – 16h	Calcul posé + - **Balli N** **Prudent T** **Roman R** **Vingadassalon B.**	Champ multiplicatif **Frenet C** **Balli N** **Latapie M** **P.Joseph V.** **Lomon F.**	Mi-carême	situations progressions **Latapie M** **Dufresne G**

<table>
<tr><th colspan="8">TROISIEME SEMAINE : IUFM</th></tr>
<tr><td>MARS</td><td>Lundi 27</td><td colspan="2">Mardi 28</td><td colspan="2">Jeudi 30</td><td colspan="2">Vendredi 31</td></tr>
<tr><td>8h – 12h</td><td>Fractions et décimaux
Lomon - Vingadassalon
Pierre-Joseph V.
Durimele D.
Milne P.
Frenet C.
Prudent T.</td><td colspan="2">Grandeurs et mesures
Durimele D
Milne P
Vingadassalon B
Prudent T</td><td colspan="2">Jeux mathématiques
Pierre-Joseph V.
Durimele D.
Milne P</td><td>Séance en classe
C2
Latapie M
Pertin P</td><td>Séance en classe
C3
Latapie M
Fillieux J</td></tr>
<tr><td>13h30 – 16h</td><td>Proportionnalité
Durimele D .
Milne P
Fillieux J.
Frenet C
Vingadassalon B.
Prudent T</td><td>TICE C3
Géométrie
Pertin P
Lomon F</td><td>Manuels
C3
Dufresne</td><td>TICE C2
Logiciel
Pertin P</td><td>Manuels
C2
Dufresne</td><td colspan="2">Situations
Progressions
Pertin P
Dasseux C
Latapie M</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="8">QUATRIEME SEMAINE : IUFM</th></tr>
<tr><td>AVRIL</td><td colspan="2">Lundi 3</td><td colspan="2">Mardi 4</td><td>Jeudi 6</td><td>Vendredi 7</td></tr>
<tr><td>8h – 12h</td><td colspan="2">Espace et géométrie
Lemnos
Dechosal J
Dasseux C</td><td colspan="2">Calcul instrumenté
Roman R
Prudent T
Balli N
P.Joseph V</td><td>Espace et géométrie
Lemnos
Dechosal J
Dasseux C</td><td>Bilan
Dufresne G</td></tr>
<tr><td>13h30 – 16h</td><td>TICE C2
Géométrie
Pertin P</td><td>Manuels
C3
Dufresne</td><td>TICE C3
Logiciels
Pertin P</td><td>Manuels
C2
Dufresne</td><td>situations
Progressions
Fillieux J
Lemnos</td><td>Bilan
Dufresne G</td></tr>
</table>

Résolution de problèmes numériques (1) : Faire des maths, problème pour apprendre, méthode d'enseignement

Stage R4 math -13 mars 06 - Patrice PERTIN et Michel LATAPIE

Objectif : comparer deux conceptions pour l'enseignement d'une notion nouvelle à travers :
- la question du sens,
- les deux significations du mot « découverte », (ou du verbe « découvrir »
- le rôle de la manipulation, de la consigne.

Contenu : étude de deux préparations en travaux de groupes : « nombre de dizaines » CE2 ; et « le nombre 6 » CP

Dans ces séances, un premier point de vue pour l'enseignement apparaît :

- Faire découvrir la notion signifie : « faire deviner, dévoiler ce qui est caché »
- Faire des mathématiques consisterait donc à manipuler, à deviner ce que le maître attend.
- Les consignes et activités ne sont pas en adéquation avec l'objectif. Un élève peut répondre correctement aux consignes sans avoir appris quoi que ce soit.

NUMERATION **Cycle 3** *Document de travail GAM1*

Compétence de fin de cycle : Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position

Objectif : Savoir trouver le nombre de dizaines d'un nombre inférieur à 1000

Organisation : Les élèves travaillent par groupes de 2.

Matériel.

Pour chaque groupe: une feuille polycopiée comportant environ 20 carnets de 10 timbres dessinés, et environ 200 timbres dessinés en vrac. Ciseaux, colle, feuilles blanches.

Durée 55 min.

Déroulement

Situation de recherche:

L'enseignant présente la situation:

Le directeur doit envoyer 153 lettres. Vous allez l'aider.

« Comment vend-on les timbres à la poste ? ».

Après échanges, on se met d'accord sur la réponse « par carnets de dix ou un par un ».

Après distribution des feuilles polycopiées, l'enseignant donne la consigne:

"Chaque groupe va découper dans ces feuilles, la quantité exacte de timbres dont le directeur a besoin pour envoyer ses 153 lettres. Ensuite chaque groupe collera sur une feuille blanche les timbres découpés".

Mise en commun.

Certains élèves viendront expliquer comment ils ont procédé dans leur groupe.

Synthèse

"Que fallait-il faire pour bien coller la quantité exacte de timbres?". L'enseignant attend des élèves qu'ils disent : "découper 15 carnets de dix et 3 timbres isolés".

Exercice individuel.

Si je demande 326 timbres, on me donnera … carnets de dix timbres et … autres timbres. Etc.

C P premier trimestre **Le nombre 6** *Rédaction* : M. Latapie

Compétence décomposer un nombre sous forme de somme
Objectif connaître les décompositions du nombre 6
Matériel cubes, ardoises

Déroulement

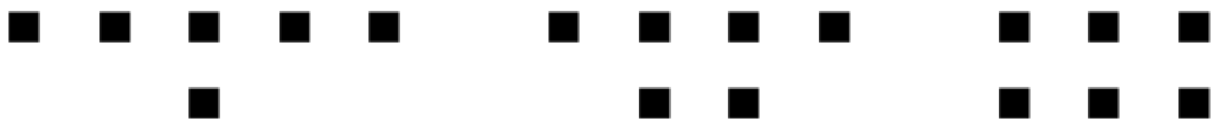
Première phase
Manipulation
Chaque élève est invité à former une collection de 6 cubes sur sa table. La consigne est alors la suivante : « Partagez la collection de 6 cubes en deux parties ». Les élèves comparent leur situation avec celle des élèves voisins. « Que remarquez-vous ? ».Les élèves observent qu'il y a plusieurs situations et les réalisent avec leurs cubes.
Représentation dessinée et écrite
Chaque élève est alors invité à représenter sur son ardoise une des situations obtenues. Le maître dessine au tableau les diverses possibilités. On écrit les formes additives correspondant aux situations observées : 6 = 5 + 1 etc.

Deuxième phase *Manipulation, représentation dessinée et écrite*

Avec des cubes, compléter un paquet de cinq cubes pour en avoir six. Puis compléter des paquets de quatre, trois, deux, puis un cube. Faire schématiser et écrire les nombres

Troisième phase *Évaluation*
1) Complète les étiquettes et écris les égalités.

$\boxed{5 + \_}$ $\boxed{6}$ $\boxed{\_ + \_}$ $\boxed{}$ $\boxed{\_ + \_}$ $\boxed{}$



__ + __ = __ __ + __ = __ __ + __ = __

2) Dessine les carrés manquants et complète les égalités.

$\boxed{6}$ $\boxed{6}$ $\boxed{6}$ $\boxed{6}$

4 + __ = 6 3 + __ = 6 __ + __ = __ __ + __ = __

3) Complète les égalités.

6 = 2 + __ 6 = 1 + __ 6 = 4 + __ 6 = __ + 3 6 = __ + 5

Autre point de vue

L'idée centrale des textes officiels 2002 peut être résumée par cette phrase des chercheurs INRP :
« Les notions mathématiques prennent du sens dans les problèmes qu'elles permettent de résoudre efficacement ».

Faire des mathématiques consiste alors à les « fabriquer », c'est-à-dire à anticiper : on cherche à savoir à l'avance, à prévoir. C'est tout l'intérêt des mathématiques. On pourra ensuite vérifier ces anticipations par raisonnement et, si nécessaire, par retour à la manipulation.

Rôle de la manipulation Apprentissage actif.

Le rôle de la manipulation n'est donc pas le même dans les deux cas. Dans le premier point de vue, la manipulation remplace l'activité mathématique. L'élève n'est même pas en apprentissage actif. Cette expression utilisée dans les I.O. de 1985 faisait allusion à des actions mentales.

Le tableau suivant rend alors compte du déroulement. Il montre que l'élève est resté dans le concret et que c'est le maître qui a fait des mathématiques, après que les résultats demandés aient été trouvés.

SITUATION REELLE (concrète)		SITUATION EVOQUEE (abstraite)
Manipulations, Constats, Solution pratique	Travail fait par l'élève	
		Exploitation par le maître de ce qu'il fallait trouver

La séance « le nombre 6 » utilise un modèle d'enseignement qui passe par trois phases : manipulation, schématisation, symbolisation.

Dans la phase de manipulation, l'élève arrive à la solution pratique (sans avoir appris quoi que ce soit) ; dans les phases de schématisation et de symbolisation, le maître fait seul le travail mathématique (le tableau ci-dessus résume donc bien le déroulement de la séance sur le nombre 6).

Dans la séance « nombre de dizaines », le maître espère que les élèves devinent qu'il souhaite des paquets de dix. Mais là aussi, tout se passe en situation réelle et les élèves peuvent trouver la réponse sans avoir rien appris. Les mathématiques sont superflues dans ces déroulements, elles sont alors perçues comme une façon inutile et difficile de retrouver une réponse déjà connue (et qui avait été trouvée concrètement sans problème).

Dans le deuxième point de vue, la manipulation permet d'abord l'appropriation de la situation par l'élève avant que le problème mathématique soit posé, puis peut permettre la vérification des réponses trouvées.
Cette fois-ci, les élèves ont un but précis et cherchent comment l'atteindre.
Le tableau suivant rend alors compte de ce que doit être le déroulement.

SITUATION REELLE (concrète)	SITUATION EVOQUEE (abstraite)
Manipulations permettant l'appropriation de la situation par l'élève (1ère phase)	
l'accès au matériel est supprimé au moment de la consigne (2ème phase) →	Consigne fixant le but à atteindre
	procédures personnelles, écrits pour chercher Anticipations Solution mathématique
Manipulations permettant la vérification	Validation par raisonnement

On retrouve ces idées dans cet extrait des documents d'application en cycle 2 et en cycle 3

Matériel et manipulations

« Il faut cependant se convaincre que ce n'est pas la manipulation d'un matériel qui constitue l'activité mathématique, mais les questions qu'elle suggère. Il convient ainsi de bien distinguer les tâches de constat ou d'observation, qui invitent l'élève à lire une réponse sur le matériel, des tâches d'anticipation qui lui demandent d'élaborer, de construire par lui-même une réponse dont il pourra ensuite vérifier la validité en revenant à l'expérience. C'est dans ce dernier cas que l'élève fait des mathématiques ».

Le rôle de la consigne est bien sûr différent selon le modèle d'enseignement.
Dans le premier point de vue, la consigne invite l'élève à chercher ce qu'il pourrait chercher, à essayer de deviner la réponse attendue par le maître.

Dans le deuxième point de vue, la consigne fixe le but à atteindre, *la recherche porte alors sur les moyens d'atteindre ce but.*

Le déroulement de la séance NUMERATION sur le nombre de dizaines peut alors se présenter ainsi pour favoriser un apprentissage en réponse à un problème :

Matériel.
Des carnets de 10 timbres (vrais ou dessinés), et environ 10 timbres dessinés en vrac.

Durée 55 min.

Déroulement
L'enseignant présente la situation : Le directeur, pour envoyer des lettres, doit acheter 153 timbres.

Appropriation :
« Comment vend-on les timbres à la poste ? ».
Au cours d'échanges avec les élèves, l'enseignant s'assure que le principe de vente est connu : « par carnets de dix, ou un par un quand il y en a moins de dix ».
Exemple : si on veut 12 timbres, on demandera 12 timbres, et on recevra 1 carnet de dix et 2 timbres ; le matériel est montré et sert éventuellement à recompter les douze timbres.
- Si on veut 23 timbres, on demandera 23 timbres, et on recevra … carnets de dix et … timbres ;
- Si on veut 28 timbres, on demandera 28 timbres, et on recevra … carnet de dix et … timbres ;

Phase d'anticipation :

Le directeur va aller à la poste demander ses 153 timbres. Pour pouvoir vérifier ce qu'on lui donnera, il cherche à prévoir ce qu'il recevra ; l'enseignant donne la consigne : « combien de carnets recevra-t-il ? »

Ce problème « pour apprendre » favorise une différenciation par les procédures, comme cela a été montré lors de la demi-journée consacrée aux modalités de différenciation:

Résolution de problèmes numériques (2) : analyse d'erreurs et typologie de problèmes

Stage R4 math -13 mars 06 - Patrice PERTIN et Michel LATAPIE

Le maître a commandé 3 paquets de 25 cahiers et 6 pochettes de feutres.
Combien de cahiers recevra-t-il ?
La réponse d'un élève : 34, à l'entrée du CE2, a été analysée selon des rubriques suivantes :

Explication de la démarche des élèves (question « COMMENT ? »)	Hypothèses sur les origines de l'erreur (question « POURQUOI ? »)	Actions envisagées (préventives ou régulatrices)

Les deux types d'analyse
La démarche de l'élève est facilement et unanimement expliquée pour ce problème. En revanche les propositions d'*origines* pour les erreurs font référence :

- soit à des *lacunes* → l'action correspondante est alors : *revoir* la notion*, refaire* la leçon ; par exemple, l'élève n'ayant pas su éliminer la donnée inutile, on lui donnera des problèmes avec des données inutiles ou manquantes, on fera souligner les mots importants…

- soit aux *conceptions* des élèves, c'est-à-dire à l'idée qu'ils se font des notions en jeu → l'action correspondante est alors: *modifier la conception* de l'élève.par exemple, l'élève ayant vu trois nombres, se dit qu'il s'agit forcément de les additionner. C'est alors la conception du problème qu'il s'agit de modifier.
- L'analyse en lacunes n'apporte pas de piste d'amélioration : à l'issue du cycle trois, les difficultés sont amplifiées. Un élève peut obtenir une certaine efficacité au cycle 2 en se référant à des indices non pertinents (faire l'opération qu'on est en train d'apprendre, chercher les mots inducteurs, regarder combien de nombres contient l'énoncé). Au cycle 3, cette stratégie ne suffit plus à faire illusion.
- L'analyse par rapport aux conceptions montre que les élèves essaient de répondre au maître et non au problème, d'où **la nécessité de responsabiliser** les élèves face aux problèmes. Il est souhaitable de mettre en place un contrat fixant les droits et devoirs des élèves. En ayant à résoudre des situations auto-validantes, l'élève saura que le devoir principal, en plus de produire une réponse, est de la valider et que le droit correspondant est de pouvoir recommencer un nouvel essai en cas d'erreur.
- Une liste détaillée des droits et devoirs des élèves, figure dans ERMEL à partir du CP.

On voit l'intérêt de répertorier **les types de problèmes** selon les objectifs pédagogiques du maître, cela revient à classer ces problèmes en fonction des critères croisés : information – démarche. On obtient ce tableau figurant dans ERMEL CM1 ou CM2

		LE MODELE DE RESOLUTION pour l'élève (démarche)	
		est connu	est inconnu
INFORMATIONS	disponibles (directement utilisables)	Problèmes d'application ou de réinvestissement (d) au CM2	Problèmes de recherche (d) pour apprendre (c) pour apprendre à chercher
INFORMATIONS	Tri ou recherche ou décomposition ou organisation nécessaire	(a) ; (b) Problèmes complexes	Problèmes non exploités à l'école primaire

Exemples d'énoncés classés :
(a) Michel veut acheter 5 cahiers de même prix. La marchande lui demande 20 euros. Mais Michel n'a que 14 euros. Combien peut-il en acheter au maximum ?

(b) Georges REMI, dit Hergé, est un dessinateur belge. Il est né en 1907 et il est mort en 1983. En 1929, il publie les premières aventures de Tintin. A quel âge a-t-il publié les premières aventures de Tintin ?

(c) On dispose de pièces de 50 c, de 20 c et de 5 c. Trouver toutes les manières de constituer une somme de 5 € avec exactement 20 pièces ?

(d) 11 mètres de tissu coûtent 143 €, quel est le prix d'un mètre ?

Une précision est à apporter au sujet de la présence du terme « recherche » dans l'expression « Tri ou recherche ou décomposition ou organisation nécessaire » :
Il s'agit de recherche d'information sur un support tel qu'un dépliant (dans un problème où le modèle de résolution de chacune des étapes est connu des élèves). On est dans le cas d'un problème complexe et non d'un problème de catégorie recherche (avec démarche inconnue).

Problème complexe :
Problème dont la résolution comporte des étapes qui ne sont pas précisées par des questions intermédiaires, le modèle de résolution de chacune de ces étapes étant connu des élèves.
Le travail peut concerner l'information (tri ou recherche de données ou de questions), ou la planification des étapes de résolution.

Les problèmes de recherche se répartissent en deux sous-catégories :
- les problèmes pour apprendre qui ont pour réponse les notions à enseigner,
- les problèmes pour (apprendre à) chercher

Un problème pour chercher permet de développer des *stratégies de recherche*
- l'énoncé est relativement court, toutes les informations sont présentes et directement utilisables.
L'énoncé n'induit ni méthode ni solution, mais évoque un domaine familier permettant aux élèves de s'engager dans des essais, (il n'y a pas de questions intermédiaires, les élèves ne disposent pas d'un modèle de résolution).

D. Valentin (INRP) a résumé LES DIFFÉRENTES FONCTIONS DU PROBLÈME (Amiens mars 03)

TYPE	FONCTION	PLACE
Problème pour chercher (ex : problème ouvert)	Apprendre à chercher	Indépendant des apprentissages notionnels (avant ces apprentissages)
Problème pour apprendre (ex : situation-problème)	Construction d'une connaissance nouvelle ou d'un nouvel aspect, d'un nouveau sens	Pour aborder une connaissance nouvelle
«Problème» d'application (exercice)	Entraînement à la maîtrise du sens d'une connaissance nouvelle	Après la construction d'une connaissance.
Problème de réinvestissement	Utilisation d'une connaissance dans un contexte différent de celui dans lequel elle a été construite	Pour enrichir le sens d'une connaissance et son champ d'utilisation
Problème complexe ou d'intégration	Utilisation conjointe de plusieurs connaissances	Après un travail sur diverses connaissances

Catherine HOUDEMENT, IUFM Rouen, attire l'attention sur les **propositions discutables des manuels scolaires concernant la méthodologie de résolution de problèmes**

Depuis les années 1990 sont apparues dans les manuels scolaires, en parallèle des progressions sur des notions mathématiques, des leçons de type méthodologique regroupées sous l'expression 'Résolution de problèmes'. Nous avons, dans des articles de *Grand N (n° 63)*, mis en garde les professeurs contre la proposition aux élèves de tâches discutables, amenant ceux-ci à s'interroger sur l'idée de problème (très souvent uniquement numérique) sans en résoudre. Rappelons quelques-uns unes des consignes discutables que nous avions pointées, en ajoutant un bref commentaire en italique.

• Chercher si le texte proposé est un problème : *ce n'est pas à l'élève de faire le travail du maître, l'élève doit certes comprendre ce qu'on attend de lui, mais par rapport au problème posé.*

• Chercher les informations utiles (ou inutiles) sans résoudre *cette action est intimement mêlée au traitement du problème : chacun prélève les informations nécessaires en fonction des connaissances qu'il a. Proposer cette consigne fait croire aux élèves à une antériorité de la prise d'informations sur le traitement du problème*.

• Chercher les informations manquantes : *a priori, dans un problème de mathématiques scolaire classique, il ne manque pas d'informations ; faire croire le contraire contribue souvent à accroître l'inquiétude des élèves en difficulté sur ce thème.*

Ainsi très souvent ces activités sont menées au détriment de véritables résolutions menées à terme et exploitées de façon à ce que les élèves comprennent la variété des chemins de recherche possibles et le rôle que jouent leurs connaissances dans la résolution. Elles sont rarement une aide aux élèves en difficulté dans la mesure où elles sont souvent vidées d'intention mathématique.

Résolution de problèmes numériques (3) : la résolution de Problème ouvert

Stage R4 math -14 mars 06 - Patrice PERTIN et Gisèle Dufresne

Introduction :

Une place centrale pour la résolution de problèmes

« Les connaissances et les savoir-faire développés à l'école élémentaire doivent préparer les élèves à bénéficier au mieux de l'enseignement donné au collège, en mathématiques et dans d'autres disciplines, notamment scientifiques.
Cet impératif concerne aussi bien les compétences que doivent acquérir les élèves que leur capacité à les mobiliser pour résoudre des problèmes ou que leur aptitude à abstraire, à raisonner ou encore à travailler de façon autonome, à s'organiser, à exprimer un résultat ou une démarche»

Document d'application des programmes Mathématiques Cycle 2, Introduction page 5.

1. Constat : évaluations CE2 pour «Exploitation des données numériques»

(Données évaluations CE2 2005 Guadeloupe dans une circonscription de Guadeloupe :)

Résoudre des problèmes en utilisant une procédure personnelle = 38 %

Résoudre des problèmes en utilisant une procédure experte= 61 %

(Données évaluations 6e2005 pour «Exploitation des données numériques »dans une circonscription)

No. de l'item	Description de l'item	Résultat	Poucentage
MAT 100	Résoudre un problème	102|536	19,0%
MAT 023	Résoudre un problème relevant de la proportionnalité	121|538	22,5%
MAT 099	Résoudre un problème faisant intervenir une "échelle"	124|536	23,1%
MAT 049	Lire et interpréter un diagramme en barres	191|538	35,5%
MAT 079	Résoudre des problèmes	205|536	38,2%
MAT 097	Résoudre un problème faisant intervenir une "échelle"	214|536	39,9%
MAT 081	Lire, interpréter quatre diagrammes circulaires	236|536	44,0%
MAT 084	Lire, interpréter quatre diagrammes circulaires	251|536	46,8%
MAT 082	Lire, interpréter quatre diagrammes circulaires	261|536	48,7%
MAT 038	Résoudre un problème conduisant à une multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier	312|538	58,0%
MAT 098	Résoudre un problème faisant intervenir une "échelle"	361|536	67,4%
MAT 083	Lire, interpréter quatre diagrammes circulaires	367|536	68,5%
MAT 096	Résoudre un problème faisant intervenir une "échelle"	468|536	87,3%
MAT 050	Lire et interpréter un diagramme en barres	473|538	87,9%
MAT 048	Lire et interpréter un diagramme en barres	485|538	90,1%
MAT 047	Lire et interpréter un diagramme en barres	489|538	90,9%

2. Analyse des difficultés aux travers des évaluations ce2, 6ème

Exemple : un problème "classique" Evaluation 6e – 2003

Xavier range les 50 photos de ses dernières vacances dans un classeur.
Chaque page contient 6 photos.

a) Combien y a-t-il de pages complètes ?
b) Combien y a-t-il de photos sur la page incomplète ?

Il y a pages complètes. 54 %
Non-réponses : 20,9%
Il y a photos sur la page incomplète. 57 %

3. les causes possibles des difficultés ?

Lire l'énoncé et comprendre la situation (que faire avec les élèves dont les difficultés sont situées là ?)
Choisir et mettre en œuvre un traitement adapté
Gérer les calculs
Interpréter les résultats
Formuler la réponse (difficulté réduite ici par un "format de réponse" fourni)

4. les traitements possibles ?

Division par 6 (cm1)
Encadrement par deux multiples de 6 (ce2)
Addition de 6 en 6 (ce1)
Schématisation des pages et des photos (cp)
Les procédures sont connues. Où sont les difficultés réelles ?

5. Quelques questions.

Pourquoi des élèves qui disposent de l'une ou l'autre des connaissances permettant de résoudre ce problème ?

- ne pensent-ils pas…
- n'osent-ils pas…
- ne se croient-ils pas autorisés à les utiliser pour répondre à la question ?
- manquent-ils :
  - d'autonomie, d'initiative dans l'utilisation de leurs connaissances
  - de compétences pour raisonner

6. Mise ne situation : « Se poser des problèmes »

Problème 1 : Ça roule…

Un vendeur de cycles fait l'inventaire de son stock. Il compte 134 roues et 40 selles.
Combien peut-il assembler de quads et de scooters ?

Problème 2 : Le nombre 17

Le nombre 17 peut s'écrire de plusieurs façons comme la somme de trois entiers. Par exemple, 8+2+7.
Trouver, parmi les sommes égales à 17, constituées de 3 entiers, celles dont le produit des trois entiers est le plus grand.

Problème 3 : La famille.

Dans une famille, chaque enfant a au moins un frère et une sœur.
Au minimum, combien de filles et de garçons a cette famille ?

Grille d'analyse des énoncés des problèmes ouverts

Caractéristiques du problème pour chercher *(extraits des programmes 2002)*

Dès l'école élémentaire, les élèves peuvent être confrontés à de véritables problèmes de recherche, pour lesquels ils ne disposent pas de solution déjà éprouvée et pour lesquels plusieurs démarches de résolution sont possibles
(…)Selon le moment où ils sont proposés, selon les connaissances disponibles chez les élèves, ils seront résolus par des « solutions personnelles »(…) ou par une « solution experte » (…). C'est alors l'activité même de résolution de problèmes qui est privilégiée dans le but de développer chez les élèves un comportement de recherche et des compétences d'ordre méthodologique : émettre des hypothèses et les tester, faire et gérer des essais successifs, élaborer une solution originale et en éprouver la validité, argumenter.

« Les situations sur lesquelles portent les problèmes proposés peuvent être issues de la classe, de la vie courante, de jeux, d'autres domaines de connaissances ou s'appuyer sur des objets mathématiques. Elles sont présentées sous des formes variées : expériences concrètes, description orale, support écrit » [BO hors – série n° 1 du 14 février 2002, page 82 (cycle 3)].

Les élèves doivent pouvoir s'approprier facilement la situation et se représenter la tâche pour s'y engager avec leurs connaissances antérieures. La difficulté doit se situer non dans la compréhension de la situation, mais dans les moyens de répondre à la question posée.

Le problème peut se situer dans les domaines numérique, géométrique, logique, dans celui de la mesure ou dans plusieurs de ces domaines.

Le problème doit être « consistant », c'est-à-dire présenter une certaine « résistance ». Il ne doit pas donner lieu à une réponse qui résulte d'un traitement immédiatement reconnu.

La validation de la solution doit être le plus possible à la charge des élèves. Ils doivent pouvoir se rendre compte par eux-mêmes du bien-fondé ou non de leur réponse, par l'échange d'arguments destinés à défendre ou contredire une proposition, par des contrôles tout au long de leur recherche, et, si possible, par une vérification, à la fin, sur la situation elle-même.

7. Analyse d'une séquence filmée

Présentation, sa forme	
Taille	
Difficulté	
Appropriation, lisibilité	
Nombres de procédures ≠	
Nombres de résultats ≠	

7.1Analyse du déroulement

Découverte et appropriation du problème :
Identifier le problème (énoncé oral, écrit, jeu, construction géométrique…) et comprendre le but du problème (la question posée)

Recherche individuelle :
- -s'approprier par lecture, dessin…
- -traiter l'information
- -proposer des démarches, des stratégies,
- -émettre des hypothèses et les vérifier
- -se réguler, s'auto-corriger

Recherche en groupe :
Exposer sa procédure, commenter, argumenter

Mise en commun, débat et validation:
-Valider les diverses procédures

Synthèse :
-Conclure, valoriser les qualités et dénoncer les défauts.

7.2 Analyse comparée de la place de l'élève et du rôle de l'enseignant

Domaine de l'élève	Domaine de l'enseignant
S'approprier l'énoncé Comprendre le but du problème Rechercher, traiter l'information Emettre des hypothèses, formuler des conjectures, les tester Chercher plusieurs possibilités et commencer à les organiser. Proposer des démarches /stratégies pertinentes afin de produire une solution personnelle Essayer, réguler, s'auto-corriger et s'auto-valider par retour à l'énoncé, à la manipulation ou par raisonnement. Exposer sa procédure, commenter, argumenter Formuler une réponse dans les termes du problème Valider les solutions Mener à terme une recherche.	Choix et présentation de l'énoncé Repérer les procédures Organiser la mise ne commun et susciter le débat Conclure la séance : 1. établir l'état de l'avancement de la résolution 2. récapituler les procédures et : valoriser leurs qualités et dénoncer leurs défauts.

7.3 Correction ou mise en commun ?

Correction

Aboutir au corrigé, à LA solution
Conséquence : « résolution » unique dont il faut s'approcher le plus possible

Mise en commun

Inventorier les « résolutions »
Débattre de leur validité
Les comparer
Conséquence : la diversité est possible

8. Donner une définition des problèmes ouverts (d'après l'IREM de Lyon)

Problèmes centrés sur le développement des capacités à chercher.

L'énoncé est relativement court ; toutes les informations sont présentes et directement utilisables.

L'énoncé n'induit ni méthode, ni solution, mais évoque un domaine familier permettant aux élèves de s'engager dans des essais. Il n'y a pas de questions intermédiaires. Les élèves ne disposent pas d'un modèle de résolution.

<u>Qu'est ce que « chercher »</u> ?

= résoudre
(Proche de l'activité du « chercheur »)
≠retrouver, appliqué
Une technique

<u>Qu'est ce qu'une « solution »</u> ?

= procédure, une méthode
≠un résultat (numérique)

Les 5 objectifs des problèmes ouverts cf. IO 2002

Développer la capacité de l'élève à faire face à des situations inédites (changer son comportement (comportement de recherche+ compétences d'ordre méthodologiques)

Prendre conscience de la puissance de ses connaissances

Valoriser des comportements et des méthodes (initiatives, critique…)

Développer les capacités argumentatives par le débat.

Contribuer à l'éducation civique (entraide, écoute, respect…)

9. conclusion

Résoudre un problème c'est développer et mettre en œuvre des capacités à : chercher, abstraire, raisonner, prouver, discuter, argumenter, justifier les réponses : chacun doit donner sa procédure pour favoriser les échanges entre les élèves.
Les mathématiques doivent fournir des moyens, des outils pour anticiper, prévoir et décider.
Faire des maths, c'est les faire soi-même, les construire : c'est faire du 9.
Les problèmes pour chercher en sont l'expression évidente.

Les entiers naturels : la numération au cycle 2 et 3

Stage R4 math -16 mars 06 - Viviane LEMNOS et Michel LATAPIE

Objectifs : Comprendre les erreurs des élèves liées au transcodage
Connaître les grandes étapes d'une progression sur la numération

1) Exercices proposés aux évaluations diagnostiques 2005 :

CE2 *(exercice 10 ; compétence : désigner par écrit des nombres entiers naturels (inférieurs à 1 000))*
Dictée de nombres.

Cinquante-six
Seize
Quatre-vingt onze
Quatre cent neuf
Six cent vingt et un

Taux de réussite d'une circonscription de Guadeloupe : 85.4%
Taux de réussite niveau national : 94,8%

6ème *(exercice 18 items 51 à 54 ; compétence : désigner par écrit des nombres entiers naturels)*
Dictée de nombres.
Quatre cent soixante-quinze
Trois mille trois
Six cent vingt-sept mille
Un million six cent mille

Taux de réussite d'un collège de Guadeloupe : 80,8 %
Taux de réussite niveau national : 83,9 %

<u>On observe une corrélation entre le taux de réussite et la taille des nombres dictés.</u>

CE2 *(items 47 à 53 ; compétence : comparer des nombres entiers naturels)*

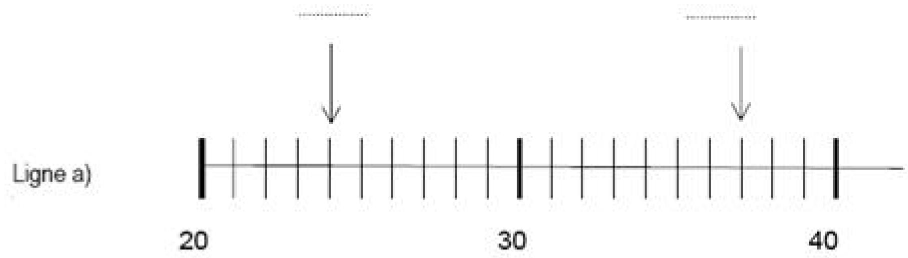
Exercice 12

a) Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont compris entre 200 et 210.
109, 290, 209, 201, 219

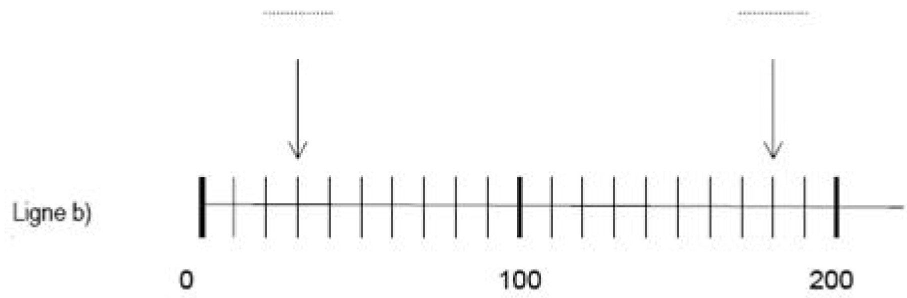
b) Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont compris entre 300 et 400.
317, 290, 430, 340, 34, 395

Exercice 13

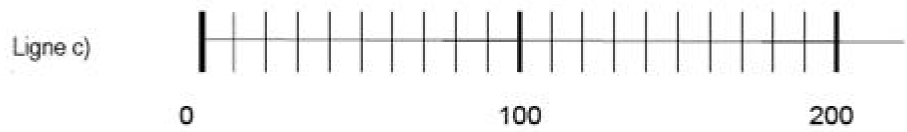
Écris sur les pointillés les deux nombres repérés par les flèches.



Écris sur les pointillés les deux nombres repérés par les flèches.



Indique par une flèche la position du nombre 70.



Taux de réussite d'une circonscription de Guadeloupe: 47.9%
Taux de réussite niveau national : 62,9%

2) Erreurs observées en cours d'année lors de dictées de nombres.

Classe	Nombre dicté	Écriture produite par l'élève
CP	trente-sept	307
CE1	deux cent cinquante-trois	200503 ou 20053
CE2	trois mille deux cent cinquante-six	3000200506 ou 300020056
CM	Cinquante mille vingt-quatre	5000024

L'analyse de ces erreurs peut porter sur les trois rubriques suivantes :

Explication de la démarche de l'élève. Comment ?	*Hypothèses sur les origines des erreurs.* Pourquoi ?	Actions envisagées (préventives ou régulatrice)

Les conclusions suivantes apparaissent souvent en formation continue :

Démarche : les élèves transcrivent fidèlement ce qui est dit oralement (ils écrivent ce qu'ils entendent).

Origines : les élèves ne maîtrisent pas le tableau de numération, les classes, la position des chiffres ou font une confusion avec les décompositions.

Actions : Revoir le tableau, faire des manipulations, des groupements, etc.

Commentaires sur cette analyse.

Ces erreurs d'élèves sont rencontrées par tous les enseignants. Elles sont souvent considérées comme sans importance car elles finissent par disparaître pour chaque niveau.

Pourtant on les retrouve à chaque nouvelle extension du champ numérique. De plus, les élèves ressentent un échec inexpliqué lorsqu'ils s'appuient sur ce qu'ils entendent. Certains finissent par devenir « sourds en mathématiques » et, au cycle 3, ne savent toujours pas calculer 360 + 5 ou 400 + 60.

Autre analyse : prise en compte de la démarche de l'élève et de ses conceptions.

Plutôt que de considérer ces erreurs comme des lacunes, il est plus utile de prendre en compte de la démarche de l'élève : tout se passe comme s'il pensait que c'est le même type de numération qui permet d'écrire les nombres « en lettres » et en chiffres. Or, on enseigne souvent 30 avant 37, 200 avant 253 etc., ce qui conduit l'élève à utiliser 30 pour écrire trente-sept, etc.

Or il existe trois types de numérations, l'écriture « en lettres » et l'écriture « en chiffres » appartiennent à des types différents. L'élève doit donc prendre conscience du changement de code (appelé « transcodage » par Claire Meljac) nécessaire pour traduire ce qui est entendu, et du lien qui existe entre les deux codes.

C'est par une dictée de nombres interrompue que cette prise de conscience s'effectue le mieux chez les élèves : on annonce qu'on va leur dicter un nombre en plusieurs étapes, avec interruption. On commence : trois cent… (Avec la voix montante), on s'arrête et on demande « qui a déjà écrit quelque chose ? ». Très peu d'élèves écrivent le 3 qui veut dire : trois cents, (de part sa position), ils sont les seuls à avoir effectué la traduction de ce qu'ils ont entendu. D'autres écrivent 300. Beaucoup d'élèves n'écrivent rien car ils attendent la suite, ils savent en général écrire les nombres dictés sans interruption, mais souvent de façon automatique.

L'élève doit donc prendre conscience du changement de code nécessaire pour transcrire ce qui est entendu, et du lien qui existe entre les deux codes.

Il existe en effet trois types de numérations

<u>*Les numérations d'addition*</u> : la simple juxtaposition des signes implique que leurs valeurs numériques doivent être additionnées. (Ex : la numération égyptienne ou la numération romaine : les signes retenus

(chiffres hiéroglyphiques ou chiffres romains) désignent l'unité et les différentes puissances de la base; avec quelques exceptions pour la numération romaine, comme IX par ex et des signes supplémentaires V, L ...)

Les numérations appelées *hybrides (ou complexes)*, car la juxtaposition des signes suppose la multiplication ou l'addition de leurs valeurs (ex : la numération sino-japonaise : les signes retenus désignent les unités, les différentes puissances de la base ainsi que les coefficients des puissances de la base. (Autrement dit, les dix premiers nombres et les puissances de dix).
Notre numération orale, ou l'écriture « en lettres », est de type hybride avec des petites exceptions, ex : « deux cent cinquante-trois » devrait se dire « deux cent cinq dix trois ») et de grandes exceptions dues à soixante-dix, quatre-vingts et quatre-vingt-dix

Les numérations de position dans lesquelles les chiffres retenus désignent les coefficients des puissances de la base, c'est à dire les nombres inférieurs à la base et aussi zéro. C'est la position d'un chiffre qui définit la puissance de la base dont il est le coefficient. (Ex : notre numération chiffrée)

Ecrire en chiffres un nombre dicté revient donc à passer d'une numération complexe à une numération de position.

Le document vidéo sur le transcodage au CE1 (classe de Mme Daridan), illustre cet aspect de la numération, il permet une discussion fructueuse.

Naturellement, utiliser le transcodage ne dispense pas de travailler les autres aspects de la numération.

La progression ERMEL décrite ci-dessous par Dominique Valentin **(Amiens 2003)** résume un enchaînement possible des situations, mais elle omet le transcodage, considéré comme évident.

Extrait de la conférence, **(Amiens 2003)** de Madame Dominique Valentin (**INRP)**
ERMEL

LES NOMBRES, LEURS DÉSIGNATIONS ET LA NUMÉRATION

L'APPROCHE DE LA DÉSIGNATION DES NOMBRES peut se décomposer en **trois phases** qui se superposent. (cf. les livres ERMEL du CP au CM2)

Première phase : de la petite section au CP.
Les enfants entendent des mots nombres et commencent à les utiliser à bon escient de façon *orale et globale* (c'est-à-dire sans savoir « comment ça marche »).
S'ils ont besoin de lire ou d'écrire des écritures chiffrées, ils peuvent avoir recours, de façon ponctuelle, à une bande numérique à condition de le faire dans la zone qui correspond à leurs capacités à dénombrer. Il est donc indispensable que la bande numérique proposée aux enfants soit individuelle et personnalisée

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

Une autre bande numérique est à disposition pour la classe, la deuxième ligne étant constituée d'étiquettes nombres que l'enfant peut aller chercher s'il en a besoin et remettre ensuite à leurs places.

Deuxième phase : cycle 2 et cycle 3.
Temps de l'approche algorithmique de la suite écrite. Les enfants découvrent les régularités de la suite *écrite.* Attention au zéro qui ne sert pas à dénombrer.
Dans les livres ERMEL, vous pourrez trouver des jeux adaptés à cette approche (le jeu du château, le

rouleau des nombres, les compteurs).

N.B. Le document vidéo **« Jeu du château »** illustre l'aspect algorithmique de la suite des nombres et permet un travail riche sur le traitement de l'information.

Troisième phase: du CP au CM2
Cette phase très complexe et qui consacre les premières difficultés repérées en mathématiques ne commence que sur l'initiative des maîtres, en milieu de CP.
C'est celle de la prise de conscience du rôle des groupements et échanges (cf. Jeu du banquier, etc.).

C'est en résolvant des problèmes particulièrement bien choisis que le fait de grouper des objets pour mieux les dénombrer va prendre sens progressivement, sur quatre ou cinq ans pour certains enfants. Tant qu'ils n'auront pas « vu », de leurs yeux vu, l'intérêt matériel du groupement ; le travail sur unités, dizaines, centaines... restera sans effet. Les situations « Fourmillons », en CP, « Trésor » en CE1, « Les craies » en CE2, «Les trombones » en CM1 et enfin « Tickets de cantine » en CM2 visent toutes le même objectif: comprendre qu'organiser une collection par « paquets de dix » successifs permet de « voir » la quantité de ses éléments. La situation « Les carrelages » en CP vise, quant à elle à faire prendre conscience que l'organisation de la collection est « visible » dans l'écriture chiffrée du nombre d'éléments de cette collection. Ce sont deux objectifs différents et complémentaires.

Dans cette progression le transcodage apparaîtrait lors de la *troisième phase (groupements),* il facilitera aussi **la comparaison des entiers** et évitera l'emploi exclusif de règles habituelles.

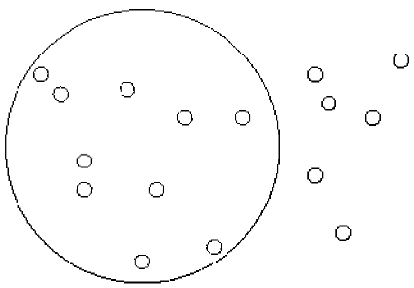
Exemple : pour comparer : 31 et 41 ou 382 et 289, il suffit d'interpréter ce qui a été entendu. (Comparaison « à l'oreille »).
On peut proposer de comparer ces deux nombres qui n'ont pas été écrits totalement : 4 - - et 5 –
On a les nombres suivants : 256 - ……… - 347- ……… - 508 - ……… - 741

On dicte à l'enfant un nombre qui commence par cinq cents en lui précisant que l'on n'a pas fini de « dire » le nombre. Quelles sont les places possibles ?

Le transfert de la numération dans le calcul sera aussi facilité si on interprète ce qui a été entendu, exemples : 360 + 5 ; 38 + 37

N.B. Les manuels scolaires ne présentent pas tous des activités porteuses de sens.

Exemple d'activité vide de sens pour les élèves au CP :
« Groupe par dix et écris le résultat du groupement dans le tableau » :



d	u
1	6

Si on demande à l'enfant qui a répondu exactement à la consigne ci-dessus « combien y a-t-il de jetons ? ». Il recompte tout.
Conclusion : pour l'élève, le résultat du groupement n'est pas perçu comme donnant le nombre d'éléments

Fractions et décimaux : la numération au cycle 2 et 3

Lomon -Vingadassalon Pierre-Joseph V. Durimele D. Milne P. Frenet C. Prudent T. Fabrice Lomon

Fractions et nombres décimaux

Objectif général
Faire évoluer les pratiques dans l'enseignement des décimaux

I. Introduction

Brainstorming
"Quelles difficultés vos élèves rencontrent-ils dans l'apprentissage des nombres décimaux?

Cadre de l'intervention
Pourquoi les nombres décimaux ? Au niveau des évaluations 6ème, les résultats n'étaient pas fameux, voire catastrophiques.

Résultats académiques

Passer, pour un nombre décimal d'une écriture à virgule à une écriture fractionnaire	40%
Passer, pour un nombre décimal d'une écriture fractionnaire à une écriture à virgule	31%
Positionner un nombre décimal par rapport à 2 autres	74%
Positionner un nombre décimal par rapport à 2 autres	36%
Intercaler un nombre entre 2 autres	49%
Intercaler un nombre entre 2 autres	49%
Intercaler un nombre entre 2 autres	39%
Lire une graduation et utiliser les nombres décimaux	36%
Lire une graduation et utiliser les nombres décimaux	32%
Lire une graduation et utiliser les nombres décimaux	72%
Lire une graduation et utiliser les nombres décimaux	45%
Utiliser dans des cas simples des fractions pour donner des mesures de longueur	46%

Objectifs :
Analyser les pratiques pédagogiques quant à l'enseignement des nombres décimaux.
Proposer les différentes étapes pour une progression sur l'introduction des nombres décimaux en passant par les fractions.

II Analyse de situations proposées par 2 manuels

Travail en atelier
2 groupes disposent d'une situation issue de « Quadrillage ».
2 groupes disposent d'une situation issue de « Maths outils ».

Questions
Quel est l'objectif de l'enseignant ?
Quels sont les pré-requis nécessaires à la mise en place de cette situation ?
A la fin de la séance, quelles perceptions les élèves ont des nombres décimaux ?

<u>Mise en commun</u>
Réponses possibles

Objectifs :
Faire découvrir, comprendre les nombres décimaux
Pré-requis
Connaître les nombres entiers
Notion de conversion Kg → g
Perception :
Un nombre décimal a 2 écritures : fractionnaire et décimale
Un nombre décimal est la juxtaposition de 2 entiers séparés par une virgule

Débat
Les élèves perçoivent-ils la nécessité d'introduire les nombres décimaux ?
Est-ce que ça leur sert à quelque chose ?
Est-ce que ça leur permet de résoudre un problème ?

Quelle est la nécessité d'introduire les nombres décimaux ?
→ Pour pallier à l'insuffisance des entiers.

Quels problèmes pour donner du sens aux nouveaux nombres ?

Contextes	Exemples d'insuffisances des entiers naturels que les élèves peuvent rencontrer	Solutions possibles	Nouveaux nombres
Mesures : précision insuffisante	Résultat entre 12 cm et 13 cm	Adapter l'unité pour mesurer en cm et mm ; les entiers suffisent	Non
	entre 3 pouces et 4 pouces	Fractionner l'unité	Oui
Graduations précision insuffisante	Température en cas de fièvre Ex : entre 38 et 39 degrés Chronométrage entre 12 s et 13 s	Fractionner l'unité en 10 ou en 100	Oui
Calculs	Roues d'engrenages 4 tours de l'une pour 3 tours de l'autre 1 tour de l'une pour ? tour de l'autre ? tour de l'une pour 1 tour de l'autre	Définir l'aspect quotient (de la fraction) chercher une approximation décimale	Oui (**collège**) CM ?
Calculs	Moyenne de 10 notes, total 87	Décimal comme quotient d'un entier par 10	Oui

Remarque : l'insuffisance des mesures ne se fait sentir que lorsqu'on n'a pas de sous - unités.

Comment ?

→ En passant par les fractions

<u>III Introduction des fractions</u>

Référence aux IO

Lecture des IO concernant l'introduction des fractions.

Travail en atelier

Elaborer une séance qui a pour objectif d'introduire les fractions en montrant l'insuffisance des entiers.

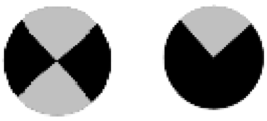
Synthèse

Mise en commun
Réponses possibles
A partir des longueurs
A partir des parts de gâteaux

A propos des parts de gâteaux

Le référentiel pour les élèves c'est la part et non l'unité comme le voudrait l'enseignant. Donc

Est considéré comme 2 parts de gâteaux sur 4 parts donc comme 2 entiers et



5 parts sur 8 parts.

Si on passe d'abord par la bande à mesurer ensuite au fractionnement de l'unité 5/4 est considéré comme $5 \times \frac{1}{4}$ (on a reporté 5 fois le quart de l'unité)
¾ d'heure c'est 3 fois ¼ d'heure.

Quotient
Au collège, la fraction est vue comme un quotient c'est-à-dire 5/4 c'est le quart de 5^{e} un segment de mesure 5 est partagé en quatre parties superposables.

Remarque :

Pour montrer l'insuffisance des entiers, la séance est une séance pour communiquer un résultat. En effet, il faut communiquer un message sur la mesure de la longueur d'un segment pour qu'un élève retrouve le segment mesuré.
Exprimer la mesure de la longueur d'un segment avec une unité donnée (bande). Surtout ne pas utiliser une unité usuelle (parce qu'il existe les sous –multiple).

Visionnage des 2 premières séances de la séquence 1

Qu'en pensez-vous ?
Qu'est-ce qui a déjà été mis en place avant la 1ère séance ?

Réponses possibles : ………………………………

Les écritures équivalentes : on ne parle pas de dénominateur et de numérateur.

IV Progression

Travail en atelier
Elaborer une progression avec des exemples succincts d'activités pour l'introduction des fractions et des nombres décimaux.

Mise en commun

Exprimer des mesures de longueur en fonction d'une bande – unité arbitraire.
Construire des segments en fonction d'une mesure donnée
→ Guide-âne
Placer des fractions sur une ligne graduée (car partiellement graduée)
Trouver la fraction (ou la somme de fractions) correspondant au repère donné
Fraction décimale
Ecriture à virgule (on s'appuie sur le tableau de numération)
Comparaison de décimaux, encadrement
Opérations sur les décimaux

Visionnage d'un film
DVD séquence 2

Calcul : le calcul mental

Stage R4 math -16 mars 06 - Cynthia Frenet

Objectifs :

Etre capable de construire des situations diversifiées de calcul mental dans le but final d'améliorer les résultats aux évaluations.

Le formateur devra fournir une clarification sur la notion de calcul mental et sur les instructions contenues dans les programmes.

Exploitation des évaluations CE2 et 6ème (exercices et résultats) :

Recueillir les représentations et les attentes des collègues

Analyse des résultats et discussion rapide sur les procédures Annexe 1

Détecter les difficultés rencontrées

Que doit savoir l'élève pour être capable de les réussir ?

Mise en évidence des différentes façons de calculer Annexe 2

Effectuer une série de calculs dictés (10 secondes pour chacun)

Déterminer (comment on a procédé, ce qui est plus facile) ce qui relève :

- de la récupération de résultats en mémoire
- de la « reconstruction », mentalement ou avec l'aide de l'écrit (un programme)
- de ce qui a nécessité le support de l'écrit au travers d'une technique opératoire bien assimilée ou bien rôdée

2. Les différents aspects du calcul mental : Annexe 3

Préciser des éléments de savoirs didactiques sur le calcul mental

Réaliser une trace écrite à l'aide du tableau que l'on aura construit ensemble

IO et tableau de synthèse proposé par R. CHARNAY

3. Pratiques de classe:

Confronter et faire évoluer les pratiques au regard des recommandations contenues dans les IO

Mettre en évidence les axes de travail et la programmation des objectifs pour :

(Voir document d'accompagnement p. 34 à 36 ; 38)

Le calcul automatisé : points d'appui, conditions de la mémorisation, disponibilités des résultats

Le calcul réfléchi : diversité des procédures, il précède le calcul automatisé

Quelles situations mettre en place pour :

(Voir document d'accompagnement p. 37 à 38 ; 47 à 49)

L'apprentissage des tables du répertoire additif

L'apprentissage des tables de multiplication

A quels moments ?

Calcul et problèmes : ceux qui renforcent l'idée que poser un calcul n'est pas plus efficace qu'un calcul réfléchi

Les jeux et activités

Annexe 1

Exercices évaluation CE2	Exercices évaluation 6ème
Exercice n°1 9 + 9 ; 8 + 7 ; 5 + 6 ; 2 + 8 ; 9 + 4 Exercice n°2 30 + 40 ; 36 + 10 ; 45 +7 ; 95 + 200 Exercice n°3 : 2x 3, 5, 4, 7, 6, 9 5x 3, 5, 2, 8, 10, 7 10x 2, 5, 10 Exercice n°9 : 50 - 20 ; 40 – 8 ; 45 – 9 ; 30 x 3 ; 2 x 400 Exercice n°20 : 13à 20 ; 91à 100 ; 75à 80 ; 999à 1 000	Exercice n°1 9 + 9 ; 8 + 7 ; 5à 11 ; 2 à 10 ; 9à 13 6 x 8 ; 9x 9 ; 35 = ?x 5 27 = ? x 9 ; 56 = ? x 8 Exercice n°14 : Dans une boulangerie, Pierre achète : 0,75 ; 4,70 ; 1,25, 0,30 ..Ça fait 7 ! Comment a- t-il fait pour donner le bon résultat aussi vite ? Exercice n°20 : 31 – 3 ; 126 + 9 ; 105 - 10 ; 43à100 ; 37 + 99 ; 3 600 + 1 400 53 – 8 ; 20 x 18 ; 40 x 25 Exercice n°30 : 23 x 10 ; 35,5 x 100 Exercice n°31 : 630 : 10 ; 9367 : 100

Annexe 2

126 + 9	36 + 99	7745 - 9	3600 + 1400	340 - 8
40 X 25	20 x 18	43→ 100	57 - 11	120 + 9
200 : 8	27 + 11	2, 6 x 2,4	Moitié de 130	36 + 4

Annexe 3

CALCUL	REFLECHI (reconstruit)	AUTOMATISE
Mental	Procédures personnelles Exemple :	Techniques opératoires (Calcul posé) Exemple :
Aidé de traces écrites	Procédures personnelles Exemple :	En mémoire Exemple :

FICHE DE PREPARATION

Mathématiques **Compétences générales**	**Compétence de fin de cycle** **Rendre compte oralement de la démarche utilisée**	**Période** **4**

Objectif général : Apprendre à déduire **Objectif spécifique :** Raisonner par récurrence

Compétences spécifiques/ transversales :
Trouver la valeur d'une augmentation
Respecter une règle de jeu
Participer à un échange, écouter l'autre

Organisation :
Matériel :
9 pistes numérotées de 1à 10, 9 pions, 1 piste « géante », Gomme stick, feuille blanche, crayons noirs
Du groupe- classe :
9 binômes puis groupe classe scindé en 2

Je pense à un nombre : +2→8/ -2→6 +2→10/ -2→8 +1→7/ +1→10 **DEROULEMENT** Phase de mise en route, d'appropriation : **5 + 10 min** La maîtresse explique la règle du jeu et commence une partie au tableau contre 1 élève « Pour gagner, il faut être le premier à dire 10 en ajoutant 1 ou 2 au nombre dit par l'autre » **Activité de calcul mental automatisé (10 min)** ✸ Jeu 1 contre 1 On distribue à chaque binôme une piste et un jeton. *L'enseignant observe les stratégies, recueille de l'information* Phase de confrontation : **15min + 15 min** ✸ Jeu 1 équipe contre 1 équipe, 6 à 8 parties A près concertation dans chaque équipe (permettant de définir une stratégie), un élève est appelé à défendre son équipe au tableau, s'il gagne il apporte un point à son équipe *L'enseignant inscrit « la composition » des parties, écoute les discussions au sein des équipes, relance* ✸ Propositions de stratégies Consigne : « Avez- vous découvert ce qui fait de gagner ? A quel moment on est sûr de gagner ? Quels conseils donnés pour « faire gagner » ? » *L'enseignant recueille les propositions* On met à l'épreuve les propositions S'ils proposent 7 on joue à qui dira 7 pour relancer l'activité Phase de conclusion : **5 min** Les propositions validées par le groupe classe sont reformulées, on les mettra à l'épreuve lors d'un prochain tournoi peut-être pourra-t-on les compléter	**Remarques** : les enfants s'approprient très rapidement les règles du jeu. Le passage en binôme est indispensable, il permet à l'enseignant de réguler si nécessaire mais surtout d'envisager la suite de la mise en œuvre. A ce stade, certains enfants acceptent de façon implicite « ce qui fait gagner » alors que d'autres font déjà une analyse du point de vue mathématique. Par ailleurs, il faut envisager au moins 2 séances pour que tout le raisonnement s'établisse : Commencer le 1er et dire 4

ACADÉMIE de la GUADELOUPE

IUFM Guadeloupe

Calcul : le calcul posé

Stage R4 math—BALLI Nicole, ROMAN Rony et PRUDENT Tony

Objectif : Préciser la place et l'objectif de l'apprentissage des algorithmes de calcul posé (addition et soustraction)

Problématique : Quelle place donner au calcul posé à l'école élémentaire ?

Quatre opérations sont travaillées à l'école :
- -addition et soustraction que nous verrons aujourd'hui
- -multiplication et division euclidienne qui seront vues vendredi 24

Quand on parle de calcul posé, on parle de techniques opératoires.

Problématique : quelle place pour les techniques opératoires dans les nouveaux programmes ?

Dans le document d'accompagnement des programmes « le calcul posé »
« L'apprentissage des différentes techniques ne se justifient plus par leur utilisation dans la société mais doit être centré sur deux objectifs essentiels :

-permettre aux individus de mieux apprécier l'efficacité des instruments qu'ils utilisent
-un travail visant à la construction, à l'analyse et à l'appropriation de ces techniques conduit à utiliser et combiner de nombreuses propriétés relatives au système d'écriture des nombres (numération décimale de position) et aux opérations en jeu ; en retour, ce travail assure une meilleure maîtrise de ces propriétés (document d'accompagnement).

Par conséquent, il s'agit de donner du sens à l'apprentissage des différentes techniques opératoires et ne pas se cantonner à un apprentissage « récitatif ».

Les caractéristiques du calcul posé

Différents aspects du Calcul

CALCUL	Réfléchi	Automatisé
Avec l'aide de l'écrit	Procédures personnelles	Calcul posé
Mental	Procédures personnelles	x 10 ; x 1OO ; X 1OOO

NB : Lorsque l'élève ne dispose pas de méthode standard de calcul, il s'adapte aux nombres donnés pour construire le résultat: il fait du calcul réfléchi : on peut alors trouver une grande diversité des procédures personnelles. Certaines sont mentales, d'autres utilisent l'écrit.

Calcul additif

Analyse des exercices donnés à *l'évaluation CE2* 2005 (Cf. Doc 1)
Prévoir les différents types d'erreurs possibles pour les items 21, 22, 24 pour l'évaluation CE2 et items 15 et 17 pour l'évaluation 6ème ainsi que les pré-requis pour éviter les erreurs.

Commentaires	Suggestions de re-médiation ; outils
Erreurs dans le calcul élémentaire de sommes.	Connaître et utiliser le répertoire additif. Exemple : 5+6=11 (somme) De 5 à 11 il ya 6 (complément) 11-6=5 (différence) 11=6+5 (décomposition) Effectuer des calculs sur des dizaines et des centaines entières Tous les jeux de calcul : voir Calcul mental. Cf. ERMEL « Apprentissages numériques » Ed Hatier. Cap Maths (du CP au CM2) Ed Hatier.
Apprentissage de la numération de position non abouti. Disposition en étage ne respectant pas l'alignement des chiffres de même valeur. L'enfant se trompe entre le chiffre qu'il faut poser et celui qu'on retient. L'enfant oublie de tenir compte de la retenue dans le calcul.	Revenir à la signification de la valeur de chaque chiffre dans l'écriture d'un nombre entier. (voir items de numération). Utiliser des arbres de calcul. Varier l'ordre des termes dans le placement de l'opération. Evaluer l'ordre de grandeur du résultat en s'appuyant sur les nombres ronds (centaines et dizaines entières).
La gestion spatiale et temporelle de la retenue relève des difficultés en numération. L'élève écrit la retenue mais n'en connaît pas la signification. Il oublie d'écrire la retenue. Il se trompe en la positionnant. Il pense que la retenue est toujours égale à 1. L'élève totalise les retenues en fin de travail. Il écrit côte à côte la somme des chiffres de même valeur (en ligne ou en colonnes). 3 9 2 + 4 5 3 13 7	Ces erreurs traduisent l'introduction trop précoce de la technique en colonnes. Il est souhaitable de mettre en œuvre le calcul réfléchi de sommes puis de l'automatiser en calcul posé. La retenue prend son sens dans les arbres de calcul lors des groupements par 10. On étudiera simultanément les cas avec et sans retenue (en calculs réfléchis et posés). On favorisera les activités de contrôle des résultats par le biais du calcul mental de l'ordre de grandeur : pour le calcul ci-contre, 400+40 donne l'ordre de grandeur.

La technique opératoire

La technique opératoire de l'addition est la plus simple à mettre en place.
Elle repose sur le principe de la numération décimale : 10 unités = 1 dizaine

Afin de construire et comprendre la technique opératoire, il convient de partir des procédures de calcul réfléchi mises en place par les enfants pour effectuer des calculs du type :

Exemple : *38 + 36*
Procédures :
a) 38 + 2 + 34 → 40 + 34 → 74
b) 38 + 30 + 6 → 68 + 6 → 70 + 4 → 74
c) 30 + 30 + 8 + 6 → 60 + 14 → 74

C'est sur la procédure c) que l'on prendra appui pour bâtir la technique opératoire de l'addition, elle pourra se transférer à tous les nombres. Par exemple pour 39 + 28, on aura :

Trente et vingt → *cinquante* ; neuf et huit → *dix-sept* ; *cinquante et dix-sept* → *soixante-sept*.

Si on veut poser en colonnes (il n'est pas nécessaire de prendre d'abord un exemple sans retenue) pour systématiser la procédure, on obtiendra deux sommes partielles 50 et 17 avant d'obtenir le résultat 67.

Pour écrire directement la réponse, il faut calculer *en sens inverse*, puisque seul le 7 de 17 est déjà définitif et que le 1 de 17 attendra les 3 + 2 dizaines pour avoir le vrai nombre de dizaines du résultat.

En commençant le calcul en colonnes par les unités, on n'a plus besoin de réfléchir et on peut aller vite. Le calcul risque même de perdre du sens, si le lien avec le calcul réfléchi disparaît

Conclusion :

- le calcul réfléchi vient en premier.
- Il ne vise pas la rapidité même quand il est mental. Il ne commence pas par les unités, mais se fait « à l'endroit ». (on entend d'abord les dizaines puis les unités).

Pour l'addition au cycle 2, le document d'accompagnement précise que « le travail sur la technique posée ne peut pas intervenir prématurément. Il se situe plutôt en **dernière année de cycle 2**, même si une première approche peut en être faite en fin de cours préparatoire».

Evaluation 6ème

Pose et effectue l'addition : 164,8 + 26,57.

Erreurs possibles

```
     1   6   4 ,  8
+    2   6 , 5    7
   ----------------
```

```
     1   6   4 ,  8
+ 2  6 , 5   7
   ----------------
```

La valeur de position des chiffres n'est pas respectée.

```
  1  6   4 ,  8
+    2   6 ,  5   7
   ----------------
```

Bonne solution. Les élèves doivent connaître
La valeur de 57 centièmes et 8 dixièmes. Il faut qu'ils s'habituent à le dire afin de s'assurer qu'ils l'ont intégrée (éviter les « virgule 8 et virgule 57 »)

1 5, 8

\+ 3 5 2, 5 7

Les élèves doivent avoir compris que 10 dixièmes représentent une unité.

3 origines possibles des erreurs :

- *-la maîtrise insuffisante des tables*
- *-mauvaise gestion des retenues*
- *-disposition en étage ne respectant pas l'alignement des chiffres.*

La notion d'écriture décimale doit être maîtrisée d'abord.

Calcul soustractif

- Quelle place dans les programmes ?

Aux évaluations 2005, les calculs soustractifs ont été proposés uniquement dans le cadre du calcul mental avec des données numériques simples

50 – 20 (81,3 %) ; 40 – 8 (48,3 %) ; 45 – 9 (35,8 %)

- Quelle technique opératoire pour la soustraction ?

Il y a 3 techniques : le choix de celle-ci revient à l'enseignant. Le calcul s'effectue de droite à gauche quelque soit la technique utilisée.

Voir document d'accompagnement pour l'explication des techniques.

La technique de la recherche des compléments est la plus simple pour l'élève. (Si le travail sur les problèmes additifs montre l'équivalence de l'addition à trous et de la soustraction)

Exemple :

	1			
		8	3	
+		3	8	Les élèves apprennent à poser en colonnes les additions.
	1	2	3	

	1			
		3	2	
+		.	.	Ils apprennent l'addition à trous sans retenue.
		6	5	

	8	3	addition avec la barre d'égalité en haut
	1		
+	4	3	6 et 7 cela fait 1 3, je pose 3 et je retiens 1
	3	7	

	6	5	
+	3	2	Addition à trous avec la barre d'égalité en haut.
	3	3	

	6	5	
		1	
+	3	7	7 pour aller à 15 cela fait 8, je retiens 1; 4 pour aller à 6 cela fait 2
	2	8	

	6	5	
+	3	7	+ Les élèves savent faire ? + 37 = 65. L'enseignant
	1		propose d'abaisser la barre d'égalité(en rouge).
	2	8	

Par cette méthode nous avons l'exemple suivant :

	7	3	2	4	5	1	
	2	6	4	8	2	9	
-			1	1	1	1	
	4	6	7	6	2	2	9 et 2 font 11 et je retiens 1. Ce sont des retenues d'addition.

Cette technique opératoire ne peut se mettre en place qu'au cycle III niveau I.

S'il s'agit de nombres décimaux, à partir du moment où l'élève sait poser l'addition pour les décimaux et la soustraction des nombres entiers, il saura faire la soustraction des nombres décimaux.

Pour les autres techniques, se référer au document d'accompagnement « le calcul posé ».

Le calcul : la construction de la technique opératoire de la multiplication et de la division (du calcul réfléchi vers le calcul posé)

Stage R4 math - Michel LATAPIE

La multiplication :

Choix didactique retenu Les étapes suivantes s'appuient sur des situations de référence, et utilisent le plus longtemps possible le calcul réfléchi mental ou avec aide de l'écrit.

Faire dessiner (3 X 4) cubes permet de repérer la situation de référence privilégiée de chaque élève : cubes disposés en paquets (3 paquets de 4 ou 4 paquets de 3), ou cubes disposés en lignes et colonnes.
Les tables sont étudiées tout au long de la progression, par exemple dans l'ordre suivant :

Au CE1 : table de 2 ; table de 5 (qui seront reprises au cycle 3)
Au CE2 – CM1 : table de 4 ; table de 3 ; table de 6 ; table de 8 ; table de 9 ; table de 7

« Dans une première étape, certains élèves peuvent être autorisés à utiliser un répertoire écrit de ces tables pour alléger la charge de travail ».

Au CE1 on travaille, **en calcul réfléchi**, les produits calculables sans poser ; c'est-à-dire :

- les produits du type 8 x 10 ; 24 x 10 ; 6 x 100 qui s'appuient directement sur la numération (et 24 x 100 au cycle 3)

- les produits du type 6 x 20 ; 3 x 200 qui s'appuient sur les tables et sur les produits par 10 et par 100

- les produits par un nombre inférieur à 10, ex : 2 x 23 ; 3 x 46 par des schémas rectangulaires :

3 x 40	3 x 6

Ou par l'intermédiaire de situations concernant les paquets, par exemple la recherche du nombre d'oranges contenues dans 46 lots de 3, (ou la recherche du prix de 46 stylos à 3 € : on peut calculer le prix de 40 stylos et le prix de 6 stylos).
De même pour 3 x 206 qui peut se calculer en passant par 3 x 200 et 3 x 6

Au CE2 on commence par retravailler les produits calculables sans poser, puis sur un produit du type 3 x 246 (**produit par un nombre inférieur à dix**) on voit que calculer en colonnes 246 + 246 + 246 n'est pas plus long que de passer par (3 x 200) + (3 x 40) + (3 x 6).
On décide de **poser la multiplication** en colonnes pour résumer l'addition posée : au lieu de dire
6 + 6 + 6 → 18, on dira 3 fois 6 → 18 etc.

$$\begin{array}{rccc} & 2 & 4 & 6 \\ \times & & & 3 \\ \hline & 7 & 3 & 8 \end{array}$$

les retenues peuvent s'écrire « à part »

Pour 3 x 46, on a maintenant le choix entre le calcul réfléchi et le calcul posé.

Puisqu'on sait calculer en colonnes les produits par un nombre inférieur à dix, on peut maintenant apprendre à poser des **produits par un nombre supérieur à dix**, par exemple :
43 x 32 ou 82 x 34. Avec les schémas rectangulaires, on n'a pas intérêt à utiliser

80 x 30	2 x 30
80 x 4	2 x 4

En effet, avec 4 produits partiels, on s'éloigne de la technique opératoire (qui en utilise 2), on décompose donc ainsi, car on sait déjà calculer chacun des deux produits partiels :

30 x 82	4 x 82

Avec les situations concernant les paquets, on s'appuie sur un problème du genre : Nombre de cubes contenus dans 34 sachets de 82 cubes, ou recherche du prix de 34 dictionnaires à 82 €

			8	2	
			3	4	
		3	2	8	←4 x 82
x	2	4	6	0	← 30 x 82
	2	7	8	8	

On écrit le zéro de 2460 dans le second produit partiel car il montre que 30 x 82 c'est 3 x 82 x 10. (Mettre un point à la place du zéro, ou dire « on décale », masquerait la signification du calcul).

Remarque : Le produit 25 x 12 peut bien sûr être calculé en colonnes, mais la présence de 25 permet un calcul mental plus intéressant 25 x 12 = 25 x 4 x 3 = 300

Au CM, on reprend et on approfondit le travail effectué au CE2
Un produit du type 793 x 204, autrefois réputé difficile, se calcule facilement :

			7	9	3	
		x	2	0	4	
		3	1	7	2	
1	5	8	6	0	0	← 4 x 793
1	6	1	7	7	2	← 200 x 793

Au cours de l'étude des nombres décimaux, on calcule mentalement les produits par 10 ; 100 ; 1000
Exemples : 0,3 x 10 ; 0,03 x 10 ; 12,03 x 10 ; 34,503 x 10 ; 6,547 x 100 ; 0,07 x 100 ; 2,07 x 1000 ;
Puis (mentalement aussi) les produits par 20 ; 30 …. ; 200 ; 300…… ; 2000 ; 3000 etc.

Les produits du type 82,7 x 6 ; 84,3 x 46 seront posés

La division :

Exemple de problème au CM "*Combien de bracelets de 12 perles peut-on faire avec 190 perles? ".*
On trouve souvent les procédures suivantes

a) 12+12+12+12+…..

b) essais de produits : 12 x 8= 96 trop petit ; 12x12= 144 trop grand, etc.

c) soustractions successives

Comment faire évoluer ces procédures pour arriver au calcul posé de la division ?

On peut faire évoluer ces procédures en combinant les avantages des soustractions successives: et des essais de produits, c'est-à-dire en soustrayant des « multiples intéressants »
Les étapes d'une progression visant à construire la technique opératoire de la division euclidienne de deux entiers prennent appui sur le calcul réfléchi et dépendent du type de division choisie.

Première étape : **aspect quotition**
On cherche combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende
L'évolution des procédures personnelles sous-entend la recherche de l'ordre de grandeur du quotient : on utilise les produits du diviseur par les puissances de 10 pour encadrer le dividende.
Cette étape est possible pour n'importe quel dividende et n'importe quel diviseur.
Exemple division de 3043 par 24
Ordre de grandeur : 24x100 <3043< 24x1000 : le quotient est compris entre 100 et 1000

Commentaires

Le « répertoire » ou « table de 24 » n'est pas nécessaire : il suffit d'utiliser les puissances de 10 et éventuellement leurs doubles et moitiés.

vérification : 3043 = (24 x 126) + 19 et 19 < 24

<u>Cette disposition des calculs (réfléchis) pourrait suffire à l'école primaire, mais actuellement on préfère utiliser une disposition finale plus condensée et plus automatisée, basée sur l'aspect partition</u>

3 0 4 3	2 4
- 2 4 0 0	1 0 0
6 4 3	
- 4 8 0	2 0
1 6 3	
- 1 2 0	5
4 3	
- 2 4	1
1 9	

Deuxième étape : **aspect partition**
- *Cas d'un diviseur inférieur à 10* (de façon à utiliser la table de multiplication du diviseur).
Exemple : division de 231 par 6
Ordre de grandeur : le quotient est compris entre 10 et 100, il s'écrira donc avec 2 chiffres
On cherche la valeur d'une part si on partage 231 équitablement en 6 parts, on s'appuie sur la numération : il n'y a pas assez de centaines pour faire 6 parts, on partage alors les 23 dizaines en 6, il reste 5 dizaines ou 50 unités et une autre unité qu'on va « abaisser » pour partager 51 unités en 6

Disposition possible

2 3 1	6
- 1 8	• •
5 1	3 8
- 4 8	
3	

vérification : 231 = (6 x 38) + 3 et 3 < 6

- *Cas d'un diviseur supérieur à 10*
Reprenons l'exemple de la division de 3043 par 24
Ordre de grandeur : 24x100 <3043< 24x1000 : le quotient s'écrira donc avec 3 chiffres

<table>
<tr><th>Commentaires</th><th>Disposition possible</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Pour trouver le chiffre des centaines, on utilise les 30 centaines du dividende, il reste 6 centaines ou 60 dizaines ainsi que les 4 dizaines de 3043.

On abaisse le 4 pour rassembler ces 64 dizaines à partager en 24.
La recherche de 24 x ? à 64 se fait en essayant 2 fois puis 3 fois ou en arrondissant 24 par 20 et 64 par 60 ; on a alors 20 x ? à 60 ou 2 x ? à 6, mais on prend le risque de trouver un « chiffre trop fort ». Il reste 16 dizaines ou 160 unités.
Pour trouver le chiffre des unités, on rassemble les 163 unités en abaissant le 3, et on cherche 24 x ? à 163, en posant les essais multiplicatifs ou en arrondissant 24 par 20 et 163 par 160 ; on cherche alors 20 x ? à 160 ou
2 x ? à 16, avec ici encore un essai trop fort…</td>
<td>$$\begin{array}{cccccc|ccc} & & 3 & 0 & 4 & 3 & 2 & 4 & \\ \cline{7-9} & - & 2 & 4 & & & \bullet & \bullet & \bullet \\ \cline{3-4} & & & 6 & 4 & & 1 & 2 & 6 \\ & & - & 4 & 8 & & & & \\ \cline{4-5} & & & 1 & 6 & 3 & & & \\ & & - & 1 & 4 & 4 & & & \\ \cline{4-6} & & & & 1 & 9 & & & \end{array}$$</td></tr>
<tr><td>vérification :
3043 = (24 x 126) + 19 et 19 < 24</td></tr>
</table>

Le calcul : le champ additif

Stage R4 maths - N. BALLI, T.PRUDENT ; R. ROMAN

Objectif général : Analyser la diversité des problèmes du champ additif et proposer des situations d'apprentissage.

Introduction - présentation du « champ additif »
On regroupe dans l'appellation « champ additif » tous les problèmes dont la solution fait appel à l'une des opérations suivantes: addition ou soustraction. Ces deux opérations procèdent des mêmes schémas de résolution. On retrouve les compétences relatives aux problèmes du champ additif dans le document d'application des programmes du cycle 2. Certaines sont évaluées lors de l'évaluation nationale CE2.

A- QUELLES DIFFICULTES POUR LES ELEVES,
Objectif: repérer les difficultés des élèves
Analyse des résultats des évaluations CE2 2005. (Voir le document 1)

Le problème le moins réussi est le deuxième problème (addition à trous ou soustraction). Mais la réussite aux problèmes 1 et 3 ne signifie nullement que les enfants ont donné du sens aux énoncés.

B- LES PROBLEMES DU CHAMP ADDITIF

Objectif : prendre conscience de la variété et de la complexité des problèmes additifs et soustractifs.

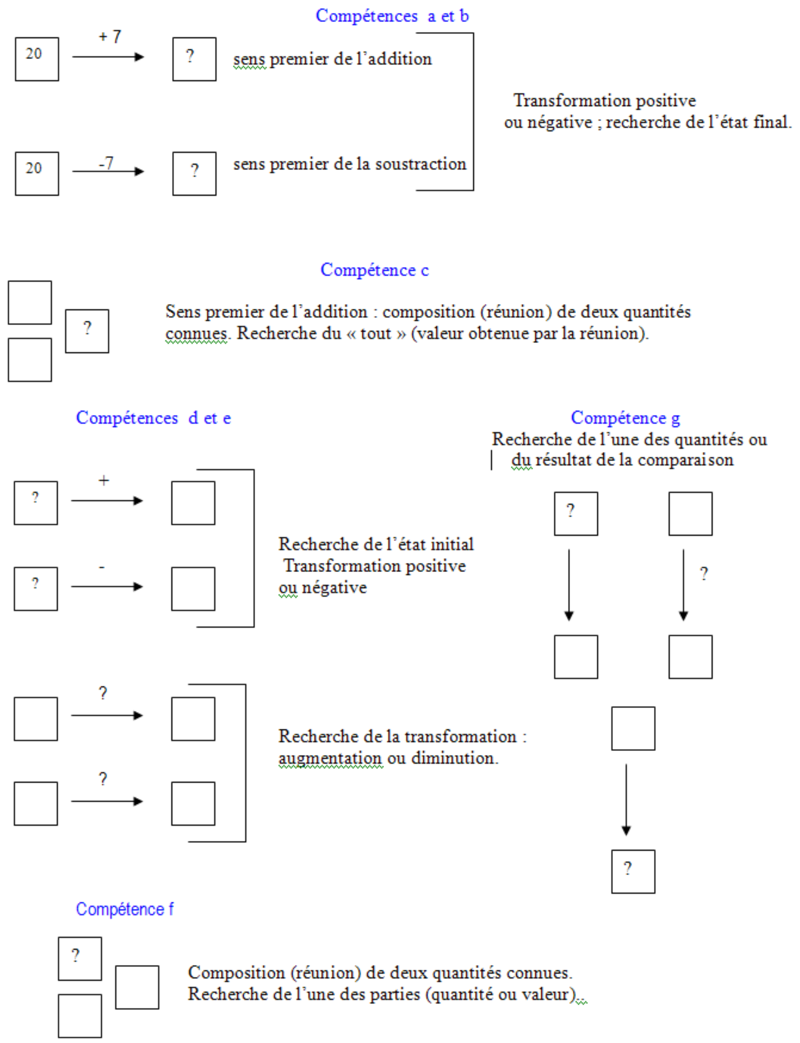
Les stagiaires devaient :

- décliner en objectifs spécifiques les compétences extraites des documents d'applications des programmes relatives au champ additif. **voir document 2 et document de synthèse**
- expliciter les catégories de problèmes d'après les catégories de Vergnaud **(document 3)** ; pour chaque objectif spécifique trouvé, rechercher dans une liste de problèmes **(document 4)** un énoncé lui correspondant et le schématiser d'après les catégories de Vergnaud **: Voir le document de synthèse**

Commentaires : Les compétences reflètent les types de problèmes proposés dans le document «Les grandes catégories de relations additives » selon G. Vergnaud. Ces problèmes sont choisis dans un contexte cardinal. Dans les compétences, ce contexte est traduit par le terme « quantité ».
Le terme « valeur » évoque le contexte des grandeurs (longueurs, masses etc.), ou des prix.
Il évoque aussi le contexte ordinal des positions correspondant à des points de repères (ex : le chapitre 5 ; la page 14 ; un instant donné : 8 heures du matin ; une altitude de 250 m ; une température de 28° ; le 3eme étage, etc.).
L'accent est spécialement mis sur le contexte ordinal dans les compétences (b) et (e).

Il y a plusieurs sens de l'addition et de la soustraction, mais la difficulté repose sur l'inconnu à trouver (voir schématisation).
Les problèmes les plus faciles à résoudre sont ceux qui induisent directement l'addition et la soustraction (les deux opérations ont un sens naturel).

Exemples de schématisation



<u>Classement des problèmes par ordre de difficulté dans la résolution pour les élèves.</u>

Exemples : au cycle 2

Compétence a :
J'ai 20 bonbons ; j'en mange 7. Combien m'en reste-t-il ?

J'ai des bonbons ; j'en mange 3 et puis encore 2. Combien m'en reste-t-il ?

Paul a 18 billes dans son sac ; il joue et il en gagne 7. Combien en a-t-il maintenant ?

Au cycle 3 : (CE2)
J'ai 20 bonbons ; j'en mange 7 et puis encore 9. Combien en ai-je mangé ?

Ce sont ces problèmes qui procèdent d'une résolution experte (compétences a et b) en fin de cycle 2 ils seront d'abord résolus par des procédures personnelles. On peut exercer ces compétences par le biais de *petits problèmes numériques simples et oraux qui seront résolus mentalement (entrée du calcul mental dans les pratiques dès le début du CP).* *Voir programmation page 34**. On pourra utiliser par exemple le jeu de la boîte (voir Cap maths CE1 ou ERMEL CE1).*

Compétence b :
Paul joue au jeu de l'oie. Son pion est sur la case bleue. Il avance de 14 cases et arrive sur une case rouge marquée 37. Quel était le numéro de la case bleue ?

Compétence c :
Dans un bouquet il y a 4 roses et 5 tulipes. Combien y a t-il de fleurs dans le bouquet ?

Compétence d :
J'ai des bonbons ; j'en mange 5 il m'en reste 2. Combien de bonbons avais-je ?

Arnauld a joué aux billes. Il en a gagné 5. Maintenant il en a 12. Combien de billes avait-il ?

La maîtresse a 20 cahiers. Elle en distribue aux élèves. Maintenant elle en a 12. Combien de cahiers a-t-elle distribués ?

Compétence e :
Dans une classe, il y a 28 enfants. Le maître a compté les garçons. Il y en a 12. Combien y a t-il de filles ?

Ces problèmes seront résolus par des procédures personnelles au cycle 2. Ces types de problèmes vont permettre aux élèves de dépasser leurs conceptions initiales de l'addition de la soustraction (liées au résultat d'une augmentation ou d'une diminution).

Remarque : Dans la recherche de l'état final*, un problème de soustraction peut être plus facile à comprendre et à résoudre qu'un problème d'addition. En effet, la difficulté ici ne va pas se situer dans l'opération qui sera utilisée pour calculer, mais dans la représentation que se fera l'élève du problème.*

Possibilités aussi de mettre en scène les énoncés.
Il sera intéressant au départ de formuler des énoncés à partir de situations accessibles aux enfants (jeu de la boîte par exemple) et sur lesquelles ils pourront valider les réponses anticipées.

La documentation sur cette animation
Cliquer sur ce lien

Le calcul : le champ additif (suite): les documents de l'animation

Stage R4 math - N. BALLI, T.PRUDENT ; R. ROMAN

Document 1 : Exercices extraits de l'évaluation 2005

Les parents d'Agnès ont acheté un fauteuil et une lampe. Le fauteuil a coûté 76 € et la lampe 34 €.
Combien les parents d'Agnès ont-ils payé ?

1 4 9 0
15

85 voitures sont déjà garées dans un parking qui contient 108 places de stationnement.
Combien de voitures peuvent encore se garer ?

1 9 0
16

1 2 5 9 0
17

Maman veut une robe.
Elle a 38 € dans son porte-monnaie.
Hélas ! Elle ne peut acheter sa robe parce qu'il lui manque 13 €.
Combien coûte cette robe ?

1 4 9 0
18

1 2 5 9 0
19

Item 15
Réponse exacte : **110 €** (avec ou sans l'unité) .... code 1
Écriture additive exacte (76 + 34), mais résultat faux ou absent .... code 4
Autres réponses .... code 9
Absence de réponse .... code 0

Réussite7
5,44 %

Item 16
Réponse exacte : **23 voitures** (avec ou sans l'unité) .... code 1
Autres réponses .... code 9
Absence de réponse .... code 0

Réussite3
1,43 %

Item 17 (Procédure problème 2)
Opération : 108 – 85 (quel que soit le résultat) ou addition à trou (quel que soit le résultat) .... code 1
Toute autre procédure visible correcte amenant au résultat (schéma, dessin ...) .... code 2
Addition : 85 + 108 = ... code 5
Autres démarches .... code 9
Pas de démarche apparente .... code 0

Code1: 25,2 %
Code2: 6,74 %

Item 18
Réponse exacte : **51 euros** (avec ou sans l'unité) .... code 1
Réponse erronée : 15 euros (avec ou sans l'unité) .... code 4
Autres réponses .... code 9
Absence de réponse .... code 0

Réussite7
5,55 %

Item 19 (Procédure problème 3)
Opération : 38 + 13 (quel que soit le résultat) .... code 1
Toute autre procédure visible correcte amenant au résultat (schéma, dessin ...) .... code 2
Soustraction : 38 – 13 .... code 5
Autres démarches .... code 9
Pas de démarche apparente .... code 0

Document 2

<u>Extraits du Document d'application des programmes Mathématiques Cycle 2</u>

Problèmes résolus en utilisant une procédure experte

Compétences
– Utiliser le dénombrement pour comparer deux quantités ou pour réaliser une quantité égale à une quantité donnée.
– Utiliser les nombres pour exprimer la position d'un objet dans une liste ou pour comparer des positions.
– Déterminer, par addition ou soustraction, la quantité (ou la valeur) obtenue à la suite d'une augmentation ou d'une diminution.
– Déterminer, par addition ou soustraction, la position atteinte sur une ligne graduée après un déplacement en avant ou en arrière.
– Déterminer, par addition, la quantité (ou la valeur) obtenue par réunion de deux quantités (ou de deux valeurs) connues.
– Déterminer, par multiplication, la quantité (ou la valeur) obtenue par réunion ou itération de plusieurs quantités (ou valeurs) identiques.

Problèmes résolus en utilisant une procédure personnelle

Compétences

– Dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une augmentation ou une diminution, déterminer la quantité (ou la valeur) initiale, ou trouver la valeur de l'augmentation ou de la diminution.
– Déterminer une position initiale sur une ligne graduée, avant un déplacement en avant ou en arrière ou déterminer la valeur du déplacement.
– Dans des situations où deux quantités (ou valeurs) sont «réunies», déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs).
– Dans des situations où deux quantités (ou deux valeurs) sont comparées, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs) ou le résultat de la comparaison.
– Dans des situations de partage ou de distribution équitables, déterminer le montant de chaque part ou le nombre de parts.
– Dans des situations où des objets sont organisés en rangées régulières, déterminer le nombre total d'objets, le nombre d'objets par rangées ou le nombre de rangées.
– Dans des situations où plusieurs quantités (ou valeurs) identiques sont réunies, déterminer la quantité (ou la valeur) totale, l'une des quantités (ou des valeurs) ou le nombre de quantités (ou de valeurs).

- les 6 grandes catégories de relations additives selon G. Vergnaud

Première catégorie :

deux mesures se composent pour donner une mesure.

Deuxième catégorie :

une transformation opère sur une mesure pour donner une mesure

Troisième catégorie :

une relation relie deux mesures.

Quatrième catégorie :

deux transformations se composent pour donner une transformation.

Cinquième catégorie :

une transformation opère sur un état relatif (une relation) pour donner un état relatif.

Sixième catégorie :

deux états relatifs (relations) se composent pour donner un état relatif.

G. Vergnaud a donné les exemples suivants :

1 *Paul a 6 billes en verre et 8 billes en acier. Il a en tout 14 billes*	6 + 8 = 14	I
2 *Paul avait 7 billes avant de jouer. Il a gagné 4 billes. Il en a maintenant 11.*	7 + [+4] = 11	II
3 *Paul avait 7 billes avant de jouer. Il perd 4 billes. Il en a maintenant 3.*	7 + [-4] = 3	II
4 *Paul a 8 billes. Jacques en a 5 de moins. Il en a donc 3.*	8 + [-5] = 3	III
5 *Paul a gagné 6 billes hier et il en a perdu 9 aujourd'hui. En tout il en a perdu 3.*	[+6] + [-9] = [-3]	IV
6 *Paul devait 6 billes à Henri. Il lui en rend 4. Il ne lui en doit plus que 2.*	[-6] + [+4] = [-2]	V
7 *Paul doit 6 billes à Henri, mais Henri lui en doit 4. Paul doit donc 2 billes à Henri.*	[-6] + [+4] = [-2]	VI
8 *Paul doit 6 billes à Henri et 4 billes à Antoine. Il doit 10 billes en tout.*	[-6] + [-4] = [-10]	VI

Codage Vergnaud :

- un entier dans un rectangle est un naturel
- un entier dans un cercle est un relatif
- une accolade représente une composition d'éléments de même nature
- n est un naturel, (-n) ou (+n) un relatif
- + est addition de deux naturels, d'un naturel et d'un relatif, de deux relatifs
- la flèche indique une transformation ou une relation, i.e. composition d'éléments de natures différentes

Rédacteur : C. Houdement

Document 4 ***Exemples de problèmes du champ additif***

J'ai des bonbons ; j'en mange 5 il m'en reste 2. Combien de bonbons avais-je ?

Paul joue au jeu de l'oie. Son pion est sur la case bleue. Il avance de 14 cases et arrive sur une case rouge marquée 37. Quel était le numéro de la case bleue ?

La maîtresse a 20 cahiers. Elle en distribue aux élèves. Maintenant elle en a 12. Combien de cahiers a-t-elle distribué ?

Dans une classe, il y a 28 enfants. Le maître a compté les garçons. Il y en a 12. Combien y a t-il de filles ?

Dans un bouquet il y a 4 roses et 5 tulipes. Combien y a t-il de fleurs dans le bouquet ?

Arnauld a joué aux billes. Il en a gagné 5. Maintenant il en a 12. Combien de billes avait-il ?

J'ai 20 bonbons ; j'en mange 3 et puis encore 2. Combien m'en reste-t-il ?

Laurent et Denis ont ramassé des coquillages. Denis en a ramassé 42, il en a 9 de plus que Laurent. Combien Laurent en a-t-il ramassé.

Paul a 18 billes dans son sac ; il joue et il en gagne 7. Combien en a-t-il maintenant ?

Dans mon secrétaire il y a deux rangées de livres. Sur la première rangée il y a 15 livres et en tout, j'en ai 29. Combien y a-t-il de livres sur la deuxième rangée? »

Marie a 39 ans, elle a 23 ans de plus que son fils thomas. Quel est l'âge de thomas.

Après avoir baissé de 5° cette nuit, la température est de 21° ce matin. Quelle température faisait-il hier soir ?

Dans le magasin « Petit prix » on propose un lot de 3 boîtes de chocolat pour 8€. Dans le magasin « Bonne affaire », le lot de 5 boîtes du même chocolat est vendu 16€. Quel est le plus avantageux ?

Delphine et Juliette ont ramassé des coquillages. Delphine en a ramassé 27. Elles mettent leurs coquillages dans une même boîte. Il y en a 49 dans la boîte. Combien Juliette en a-t-elle ramassé? »

Un pion est sur la graduation 5. On le fait avancer de 3. Sur quel numéro arrive t-il ?

Eric collectionne les timbres. Il en a 12. Maman lui en donne. Maintenant il en 20. Combien de timbres maman a-t-elle donné à Eric?

Ma sœur Olivia a 16 ans. Elle a 3 ans de moins que notre frère Philippe. Maman avait 28 ans quand Philippe est né. La différence d'âge entre nos deux parents est de 4 ans. Quel est l'âge de Papa ?

Un pion est sur la graduation 8. On le fait reculer de 5. Sur quelle graduation arrive-t-il ?

Mon ami et moi lisons le même livre, je suis à la page 15, il est à la page 25. J'ai ai lu moins que lui. Combien de pages en moins ?

Laurent a 5 billes. Julien a 9 billes. Combien julien a-t-il de billes de plus que Lucien

Autres exemples de problèmes du champ additif

Aline achète 15 caramels ; elle en mange 2 ; elle en donne 4 à sa copine Claire ; en perd 5 en jouant. Alice qui a un gros paquet lui en donne 7. Combien Aline a-t-elle de bonbons maintenant ?

Quand j'arrive à l'école, j'ai 12 billes ; j'en perds 4 mais après j'en gagne 9. Combien ai-je de billes maintenant ?
La maîtresse a 42 cahiers dans l'armoire. Le docteur lui apporte un carton de cahiers. La maîtresse a en maintenant en tout 67 cahiers. Combien le directeur a-t-il apporté de cahiers ?

Marc a 38 billes. Pierre a 25 billes. Marc a plus de billes que Pierre. Combien en a-t-il de plus ?

Marie a 39 ans ; elle a 23 ans de plus que son fils Thomas. Quel est l'âge de Thomas ?

Voici une bande bleue et une bande rouge ; on sait que la bande rouge mesure 37cm et que la bande bleue mesure 13cm de moins. Combien mesure la bande bleue ?

Je pense à un nombre. Je lui ajoute 15 puis 21 et j'obtiens 82. Quel est ce nombre ?

Cécile est arrivée à l'école avec 67 billes et a joué deux parties. A la première, elle a perdu 13 billes ; à la seconde, elle a gagné 18 billes. Combien Cécile a-t-il de billes maintenant ?

Depuis la rentrée, Elise collectionne les feutres fluos. Elle en a 46 en tout. Mais, elle n'est pas très organisée et les range dans plusieurs endroits. Sa maman lui pose la devinette suivante : « Au fond de ton cartable, il y en a 6 de plus que dans ta boîte rouge et il y en a 14 au fond du troisième tiroir de ton bureau ». Combien en as-tu dans ton cartable et combien y en a-t-il dans ta boîte rouge ?

Madame Pontet a accouché de son fils Arthur en 1983. Deux ans après, elle donnait naissance à Béatrice. Trois ans plus tard, naissaient ses 2 jumelles Charlotte et Clothilde. Quatre ans après arriva Damien le petit dernier. Quel écart d'âge y a-t-il entre Arthur et Damien ?

Ma sœur Olivia a 16 ans. Elle a 3 ans de moins que notre frère Philippe. Maman avait 28 ans quand Philippe est né. La différence d'âge entre nos deux parents est de 4 ans. Quel est l'âge de Papa ?

Document de synthèse : Objectifs et catégories de problèmes du champ additif

Cpt.	Objectifs	Exemple de catégorie selon Vergnaud	PB	Exemples de problèmes
A	déterminer par addition, le résultat d'une augmentation	Recherche état final, Transformation + (II)	9	Paul a 18 billes dans son sac ; il joue et il en gagne 7. Combien en a-t-il maintenant ?
B	déterminer par addition la position atteinte sur une ligne graduée à la suite d'un déplacement en avant	Idem, Contexte ordinal	15	Un pion est sur la graduation 5. on le fait avancer de 3. sur quel numéro arrive t-il ?
C	déterminer par addition, le résultat de la réunion de deux quantités	Composition, état final (I)	5	Dans un bouquet il y a 4 roses et 5 tulipes. Combien y a t-il de fleurs dans le bouquet ?
A	déterminer par soustraction, le résultat d'une diminution	Etat final Transformation négative (II)	7	J'ai 20 bonbons ; j'en mange 7. Combien m'en reste-t-il ?
B	déterminer par soustraction la position atteinte sur une ligne graduée à la suite d'un déplacement en arrière	Idem, Contexte ordinal (II)	18	Un pion est sur la graduation 8. on le fait reculer de 5. sur quelle graduation arrive-t-il ?
D	dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une diminution, trouver la valeur de la diminution	Recherche transformation – (II)	3	La maîtresse a 20 cahiers. Elle en distribue aux élèves. Maintenant elle en a 12. Combien de cahiers a-t-elle distribués ?
D	dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une augmentation, trouver la valeur de l'augmentation	Recherche transformation + (II)	16	Eric collectionne les timbres. Il en a 12. Maman lui en donne. Maintenant il en 20. combien de timbres maman a-t-elle donnés à Eric?
E	déterminer, sur une ligne graduée, la valeur d'un déplacement	Idem, Contexte ordinal (II)		
f	dans des situations où deux quantités (ou valeurs) sont réunies, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs)	Composition, Recherche d'une partie (I)	4, 10, 14	Dans une classe, il y a 28 enfants. Le maître a compté les garçons. Il y en a 12. Combien y a t-il de filles ?

g	dans des situations où deux quantités (ou deux valeurs) sont comparées, déterminer le résultat de la comparaison	Recherche de la comparaison (III)	21,19	Laurent a 5 billes. Julien a 9 billes. Combien julien a-t-il de billes de plus que Lucien ? Combien Lucien a-t-il de billes de moins que Laurent ?
D	dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une augmentation, déterminer la quantité (ou la valeur) initiale	Recherche Etat initial, transformation + (II)	6	Arnauld a joué aux billes. Il en a gagné 5. Maintenant il en a 12. Combien de billes avait-il ?
D	dans des situations où une quantité (ou une valeur) subit une diminution, déterminer la quantité (ou la valeur) initiale	Idem, transformation – (II)	1	J'ai des bonbons ; j'en mange 5 il m'en reste 2. Combien de bonbons avais-je ?
E	déterminer la position initiale sur une ligne graduée, avant la réalisation d'un déplacement en avant pour atteindre une position donnée	Idem, transformation +, contexte ordinal (II)	2	Paul joue au jeu de l'oie. Son pion est sur la case bleue. Il avance de 14 cases et arrive sur une case rouge marquée 37. Quel était le numéro de la case bleue ?
E	déterminer la position initiale sur une ligne graduée, avant la réalisation d'un déplacement en arrière pour atteindre une position donnée	Idem, transformation, contexte ordinal (II)	12	Après avoir baissé de 5° cette nuit, la température est de 21° ce matin. Quelle température faisait-il hier soir ?
g	dans des situations où deux quantités (ou deux valeurs) sont comparées, déterminer l'une des quantités (ou l'une des valeurs)	Comparaison, recherche d'une des parties (III)	8,11	Laurent et Denis ont ramassé des coquillages. Denis en a ramassé 42, il en a 9 de plus que Laurent. Combien Laurent en a-t-il ramassé.

Le calcul : le champ multiplicatif

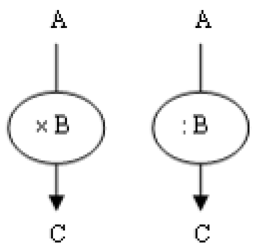
Stage R4 math 21 mars 2006 Michel LATAPIE

Objectif Connaître les diverses catégories de problèmes appartenant au champ multiplicatif, de façon à pouvoir proposer aux élèves un ensemble organisé de problèmes.

Le **champ conceptuel des structures multiplicatives consiste** en «l'ensemble des situations dont le traitement implique une ou plusieurs multiplications ou divisions et l'ensemble des concepts et théorèmes qui permettent d'analyser ces situations : proportion simple et proportion multiple, fonction linéaire et n-linéaire, rapport scalaire, quotient et produit de dimensions, fraction, rapport, nombre rationnel, multiple et diviseur, etc.» (Vergnaud, 1991).

Gérard Vergnaud (1983, 1988) a développé une analyse systématique des problèmes multiplicatifs. Cette classification s'appuie sur l'analyse de la structure mathématique du problème, c'est-à-dire des relations qu'entretiennent les questions et les différentes données de l'énoncé. Elle figure dans le document ci-dessous

Typologie de VERGNAUD des problèmes multiplicatifs

Structure mathématique	Questions	Exemples (pouvant être choisis dans le contexte cardinal, ordinal ou de mesure)
Problèmes de comparaison multiplicative de grandeurs		- Paul a 15 billes, Luc en a 3 fois plus, Luc en a… - Paul a 25 billes, Luc en a 100, donc Luc en a …fois plus - Luc a 45 billes ; 5 fois plus que Paul. Paul en a ….
		- Paul a 15 billes, Luc en a 3 fois moins, Luc en a … - Paul a 125 billes, Luc en a 25, donc Luc en a …fois moins - Luc a 30 billes ; 6 fois moins que Paul. Paul en a ….
Problèmes de proportionnalité simple	$\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & B \\ \hline C & ? \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & B \\ \hline ? & D \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline 1 & ? \\ \hline C & D \\ \hline\end{array}$ $\begin{array}{\|c\|c\|}\hline A & B \\ \hline C & ? \\ \hline\end{array}$ (Le nombre 1 ne figure pas)	- Dans 4 boîtes de 6 œufs, il y a… œufs. - Pour 42 œufs, combien de boîtes de 6 œufs ? (division-quotition) - Avec 60 œufs on remplit 5 boîtes de…œufs (division-partition) - 30 litres d'essence coûtent 40 € ; 45 litres coûtent… (problème de quatrième proportionnelle)
Problèmes de proportionnalité simple composée	$\begin{array}{c\|c\|c} A & B & C \\ \hline D & E & ? \end{array}$	- Des sachets de 2 kg de sucre sont placés dans des cartons. Chaque carton contient 8 sachets. Dans 12 cartons, il y a … kg de sucre.

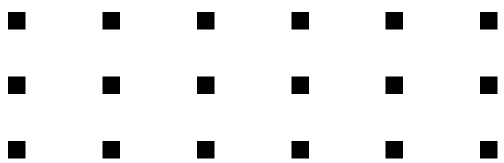
Problèmes de proportionnalité double	A | (B, C) D | (E, F)	- Un bassin de 450 litres se remplit à l'aide de 3 robinets. Chaque robinet a un débit de 100 litres par heure. Le bassin sera rempli en … heures.
Cas particuliers *de proportionnalité double :*		
Produit cartésien de 2 ensembles	n (EXF) ? ; n(E) ? ou n (F) ?	- Nombre de menus possibles avec 5 plats et 6 desserts. - Nombre de plats avec 5 desserts pour 20 menus possibles.
Configurations rectangulaires	Produit ou nombre dans une rangée	- Nombre de carrés dans une plaque de chocolat de 6 sur 3. - Nombre de carrés dans une dimension pour une plaque de chocolat de 20 carrés avec 4 carrés dans l'autre dimension.

Les problèmes de comparaison multiplicative mettent en place des raisonnements de base sur le double, le triple. Il est utile de familiariser les élèves avec formulations langagières associées :
Deux fois plus veut dire le double ; trois fois plus veut dire le triple.

Ensuite, selon la place de l'inconnue, il peut s'agir de diviser. Exemple :
Aujourd'hui, j'ai 42 billes, c'est trois fois plus que ce que j'avais hier. Combien en avais-je hier ?

Les *configurations rectangulaires* constituent pour les élèves un cas particulier de situation multiplicative et mettent en évidence la commutativité de la multiplication.

Mais donner (au CE1) le dessin ci-dessous avec comme consigne :
« Ecris le nombre de cubes à l'aide du signe + »



Ne constitue pas une situation d'apprentissage adaptée. Le dénombrement suivi d'une décomposition suffit pour répondre à la consigne (10 + 8 par exemple), en dehors de l'attente du maître.
On retrouve la nécessité de proposer une tâche d'anticipation en situation évoquée (par exemple combien de cubes dans 8 sachets de 6) après une appropriation en situation réelle. Si on cherche aussi combien de cubes dans 6 sachets de 8, on pourra utiliser une configuration rectangulaire pour expliquer que le résultat identique est prévisible.

Les deux sortes de **problèmes de division** concernent :

- la recherche du « nombre de parts » (problèmes de division-quotition), exemple :
Un mètre de tissu coûte 11 €, combien de mètres a-t-on pour 143 € ?

Longueur de tissu	Prix
1 m	11 €
? m	143 €

- ou la recherche de la « valeur d'une part » (problèmes de division-partition), exemple :

11 mètres de tissu coûtent 143 €, quel est le prix d'un mètre ?

Longueur de tissu	Prix
1 m	€ ?
11 m	143 €

Dans les deux cas, le calcul expert est 143 : 11, pourtant ces deux problèmes ne sont pas de même difficulté comme on le voit en se mettant à la place d'un élève qui ne connaît que l'addition et la soustraction.

De même pour les problèmes de **proportionnalité simple :**

Les deux énoncés suivants ne sont pas équivalents. Le premier est mieux réussi que le second au CM.

- 12 mètres de tissu coûtent 40 €, quel est le prix de 60 mètres ?

Longueur de tissu	Prix
12 m	40 €
60 m	€ ?

- 12 mètres de tissu coûtent 60 €, quel est le prix de 40 mètres ?

Longueur de tissu	Prix
12 m	60 €
40 m	€ ?

Dans les deux problèmes, on peut s'appuyer sur 12 x 5 = 60, mais :
-dans le premier, 5 est un rapport scalaire (ou rapport de linéarité), c'est un nombre sans unité. Il traduit l'idée qui donne du sens à la proportionnalité : « si on achète 5 fois plus, on paiera 5 fois plus ».
-dans le deuxième, 5 signifie 5 €/m qui est le coefficient de proportionnalité. Pour un élève qui considère 5 sans unité, le sens disparaît, (le prix serait 5 fois la quantité achetée).

Les problèmes de **proportionnalité simple composée** mettent en jeu :
- trois domaines de grandeurs ;
- deux relations de proportionnalité simple : l'une entre la grandeur 1 et la grandeur 2, l'autre entre la grandeur 2 et la grandeur 3 (et donc implicitement entre la grandeur 1 et la grandeur 3);
- une situation qui conduit à composer ces deux relations.

Exemples :
Sur un pot de peinture, il est indiqué qu'avec un litre de cette peinture, on peut peindre une surface de 4 m². Aldo calcule qu'il faut 25 pots de peinture pour peindre une surface de 80 m². Quelle est la capacité d'un pot de peinture ?

Nombre de pots de peinture		**25**	100	1
Capacité	**1 litre**	20 litres	80 litres	0,8 litre
Surface	**4 m²**	**80 m²**	320 m²	(3,20 m²)

Des sachets de 2 kg de sucre sont placés dans des cartons. Chaque carton contient 8 sachets.
Dans 12 cartons, il y a … kg de sucre.

Masse de sucre	**2 kg**		192 kg	
Nombre de sachets	**1**	**8**	96	
Nombre de cartons		**1**	12	

Les problèmes de **proportionnalité double** mettent en jeu des situations dans lesquelles une grandeur, jouant le rôle de *grandeur-produit* (gp), varie proportionnellement à deux grandeurs, (g1 et g2), qui sont a priori *indépendantes* l'une de l'autre. Plus précisément :
La grandeur-produit est proportionnelle à g1 lorsqu'on fixe g2, et à g2 lorsqu'on fixe g1.
Mais lorsqu'on fixe la grandeur-produit, les grandeurs g1 et g2 sont inversement proportionnelles.

Exemples

- Pour arroser les arbres d'un jardin, durant 7 jours, un jardinier a utilisé 560 litres d'eau. Il faut 8 litres d'eau par arbre et par jour. Combien y a-t-il d'arbres dans ce jardin ?

Nombre d'arbres		1	1	10
Nombre de jours	**7**	1	7	7
Nombre de litres	**560**	8	56	560

- 8 poules pondent en moyenne 36 œufs en 3 jours. Combien pondent en moyenne 10 poules en 8 jours ?

Nombre de poules (g1)	**8**	2	2	10	10
Nombre de jours (g2)	**3**	12	4	4	8
Nombre d'œufs (gp)	**36**	36	12	60	120

Des problèmes de proportionnalité simple composée et de proportionnalité double sont proposés dans le Moniteur de mathématiques publié sous la direction de Gérard Vergnaud.

Dans un premier temps, les élèves distinguent difficilement ces deux dernières catégories.

Espace et géométrie plane

Stage R4 math - Jocelyne DECHOSAL et Christophe DASSEUX

D'où vient la géométrie de nos programmes?

Avant 1970 :	géométrie au service de la mesure (formules)
1970 :	Observation et travaux sur des objets géométriques
1977 :	Introduction des problèmes géométriques et des transformations (symétrie)
2002 :	focalisation sur les problèmes géométriques, les compétences spatiales et les propriétés, disparition des transformations

Les évaluations CE2 en Géométrie

Pourcentage de réussite :
- 61% dans l'académie (70% national)

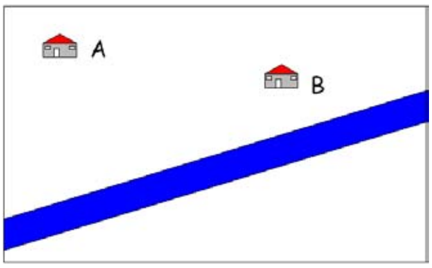
Les évaluations 6ème en Géométrie

Pourcentage de réussite :
- 54% dans l'académie (64% national)

Les exercices les moins bien réussis :
- Le triangle isocèle
- Angles droits et parallèles
- Patrons de cube

Les modes de résolution d'un problème de géométrie

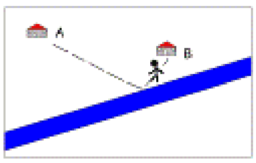
<u>Le plus court chemin</u>



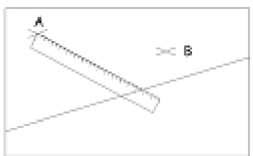
Je dois partir d'une maison, remplir mon seau dans la rivière et rejoindre l'autre maison. Quel est le plus court chemin?

<u>Les modes de résolution d'un problème de géométrie</u>

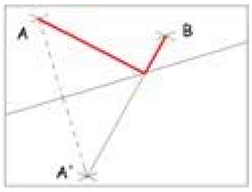
Résolution pratique sur le terrain



Résolution pratique sur le papier : modélisation et mesure

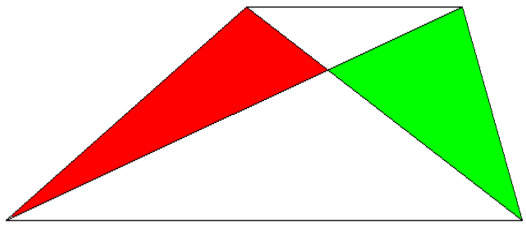


Résolution mathématique : symétrique de A et tracé AA



Les triangles

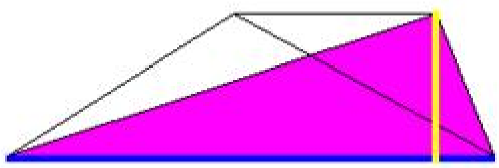
Comparer l'aire du triangle rouge et du triangle vert

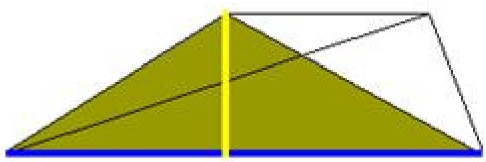


Les modes de résolution d'un problème de géométrie

Plusieurs procédures de résolution pour ce problème :

Résolution perceptive : estimation visuelle
Résolution pratique : découpage
Résolution 'physique' : pesée
Résolution pratiquo-mathématique : mesure puis formule (B x H / 2)
Résolution mathématique : raisonnement. Même aire (!) car les triangles rose et kaki ont même hauteur et base commune.





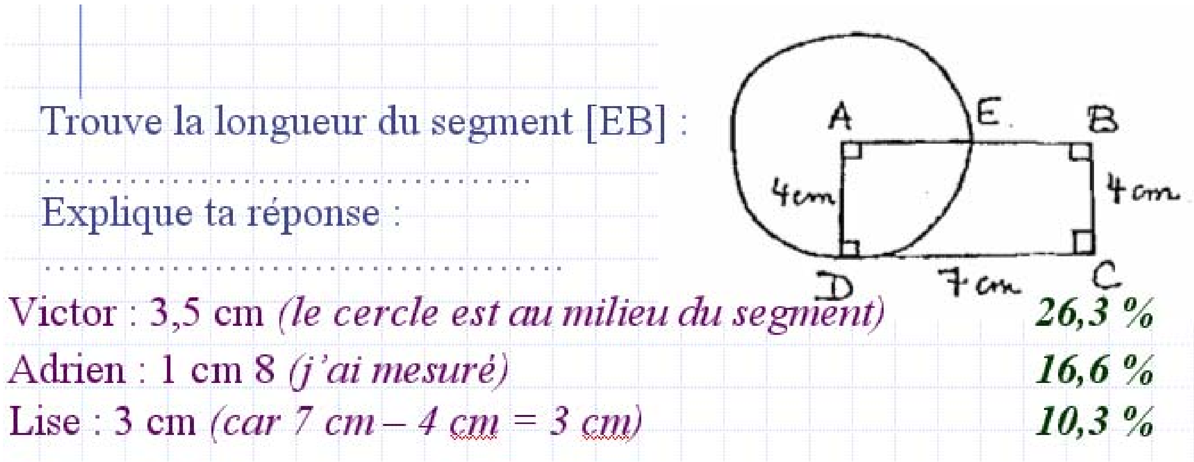
Les trois géométries

Aux cycles I et II : géométrie perceptive
✷ est vrai ce que je vois'

Fin cycle II et cycle III : géométrie instrumentée
✷ sont vraies les propriétés que je contrôle avec les instruments'

Au collège : géométrie déductive
✷ est vrai ce que je démontre'

Analyse de travaux d'élèves 1



Trouve la longueur du segment [EB] :

....

Explique ta réponse :

....

Victor : 3,5 cm *(le cercle est au milieu du segment)* **26,3 %**

Adrien : 1 cm 8 *(j'ai mesuré)* **16,6 %**

Lise : 3 cm *(car 7 cm – 4 cm = 3 cm)* **10,3 %**

Analyser les réponses des élèves;
Quelles démarches ont-ils mis en œuvre ?
Quelles origines attribuer à ces erreurs?

Victor : perceptive (main levée)

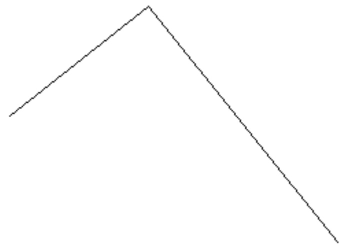
Adrien : instrumentée (mesure sur le dessin)

Lise : déductive (utilise les propriétés du cercle)

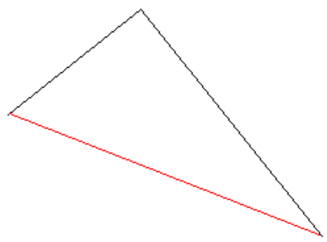
Analyse de travaux d'élèves 2

Reproduis ce triangle dans les mêmes dimensions. On a déjà reproduit l'angle droit. (Evaluations 6ème)

Réponse : segment joignant les 2 extrémités.

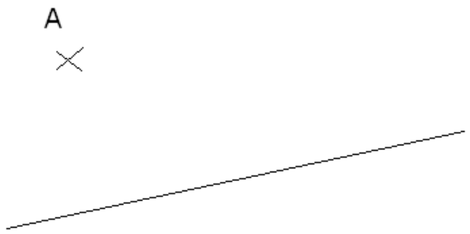


Réponse : segment joignant les 2 extrémités.



Analyse de travaux d'élèves 3

Trace la perpendiculaire à la droite (d) passant par A



Ce n'est pas possible

Typologie de problèmes en géométrie

- REPRODUIRE : L'objet est visible, copie à l'identique ou à l'échelle
- DECRIRE : Quantitatif et qualitatif
- CONSTRUIRE : Réaliser un objet à partir d'une description (L'OBJET EST ABSENT)
- REPRESENTER : Codage, mémoire de l'objet à main levée pour le construire
- COMPARER :
- RECONNAITRE : Perceptive, donc globale (ex. : carré) Instrumentée (propriétés)

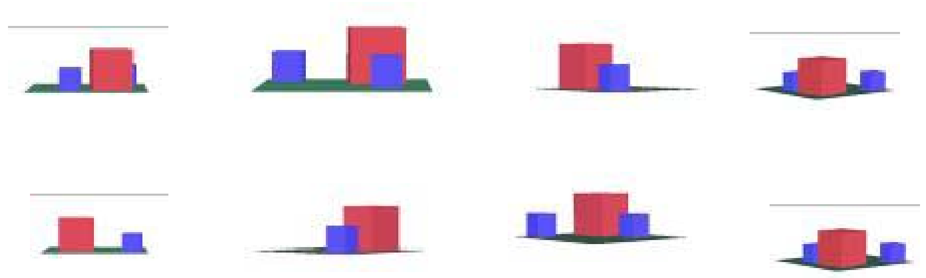
Travaux autour de décrire, construire et représenter

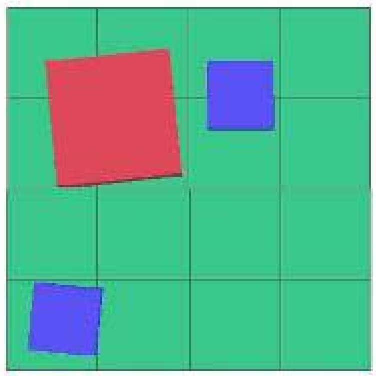
Le jeu de description / construction

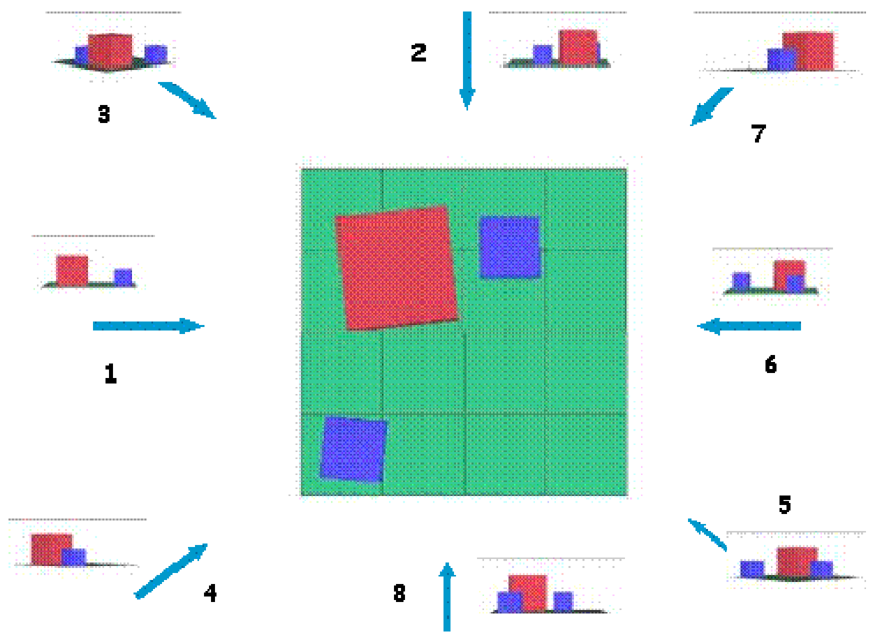
Espace et géométrie dans l'espace

Stage R4 math - Jocelyne DECHOSAL et Christophe DASSEUX

Trouver le point de vue pour chaque image. Indiquez-le sur la feuille de situation







Différents points de vue sur un assemblage d'objets

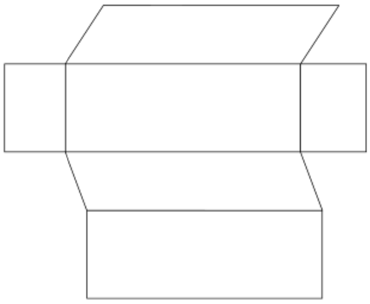
Objectifs

- faire prendre conscience que des personnes qui ne sont pas placées au même endroit face à un dispositif ne voient pas la même chose.
- faire imaginer ce que peut voir une personne qui n'est pas située au même endroit que soi-même.

Construction des connaissances spatiales

Les connaissances spatiales se mettent en place de manière progressive.
Pour construire ces connaissances, l'enfant doit intérioriser ses actions, c'est à dire être capable de les penser sans les exécuter.
Cela se fait par de nombreuses expériences dans l'espace vécu (et non pas sur fiches et dans les livres).
Les représentations de l'espace réel
(Photos, maquettes…) sont un espace intermédiaire entre l'espace sensible et l'espace géométrique.
Elles permettent de structurer cet espace sensible (grâce au langage), de se détacher progressivement des objets réels.

Jeu du solide caché



Une classification possible

Faces non planes

Tore

Ovoïde ellipsoïde

Sphère

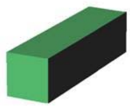
Faces planes et non planes

Cylindre

Cône

Faces planes

Pavé



Pyramide

ANALYSE DE SEANCE « DEVINEZ LE SOLIDE »

- quelle est l'utilité du premier temps ?
- quel est ou quels sont les objectifs de la séance ?
- pourquoi les solides ont-ils tous la même hauteur ?
- pourquoi les élèves n'ont-ils pas accès à des instruments de mesure ?
- quelles stratégies les élèves peuvent-ils utiliser pour organiser leur questionnement ?
- à quel niveau s'adresse cette séance ?

Formule d'Euler :

Nombre de faces + nombre de sommets – 2 = nombre d'arêtes

solides	faces	arêtes	Sommets
A	5	8	5
B	4	6	4
C	6	10	6
D	6	12	8
E	5	9	6
F	7	15	10
G	6	12	8
H	8	15	9

Objectifs de la séance : permettre aux élèves

- de prendre conscience des éléments qui constituent un solide (faces arêtes sommets)
- de prendre conscience que les faces ont différentes formes (nature des faces)
- de s'approprier et d'utiliser ce vocabulaire

Remarque :

- si on veut que les élèves prennent en compte la nature des faces on choisit un solide parmi ceux ayant un même nombre de faces de sommets et d'arêtes C D G
- on peut engager les élèves dans l'activité en faisant découvrir collectivement un des solides avant la recherche en groupes

Stratégies des élèves dans le questionnement

- Les élèves choisissent un solide et posent des questions qui le valident ou l'éliminent
- Les élèves posent une question et la testent sur tous les solides

Difficultés

- à tenir compte des réponses des autres
- à prendre en compte les réponses négatives
- (un « non » renvoie à une mauvaise question)
- Remarques : le fait de noter les questions et les réponses au tableau permet
- de mieux mémoriser les informations
- d'éviter la partie de devinettes

Situation-Problème

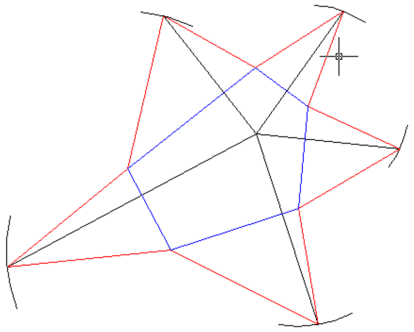
Découper dans une bande 10 x 29,7 le fond et le tour d'une boîte cylindrique sans couvercle de 10cm de hauteur et dont le diamètre est le plus grand possible

Construction de solides au choix :

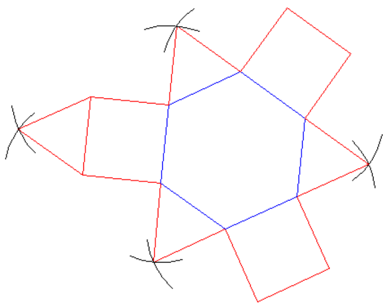
Pyramide à base pentagonale non régulière
Solide complexe à base hexagonale régulière, 3 faces carrées, 4 faces triangulaires
Pyramide à base rectangulaire, faces triangulaires quelconques
Tronc de pyramide
Hauteur imposée : 7 cm

Patrons des solides

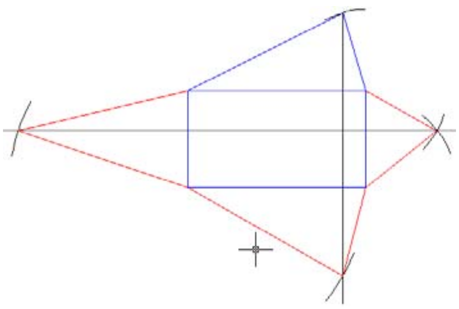
Pyramide à base pentagonale non régulière



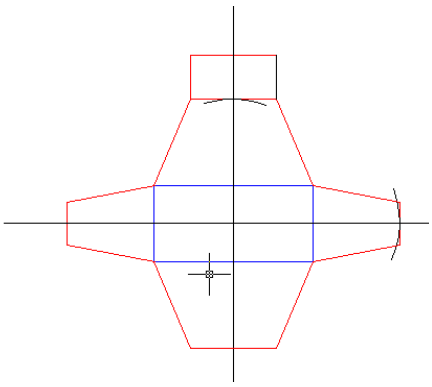
Solide cplx à base hexagonale régulière…



Pyramide à face triangulaires qqces



Tronc de pyramide

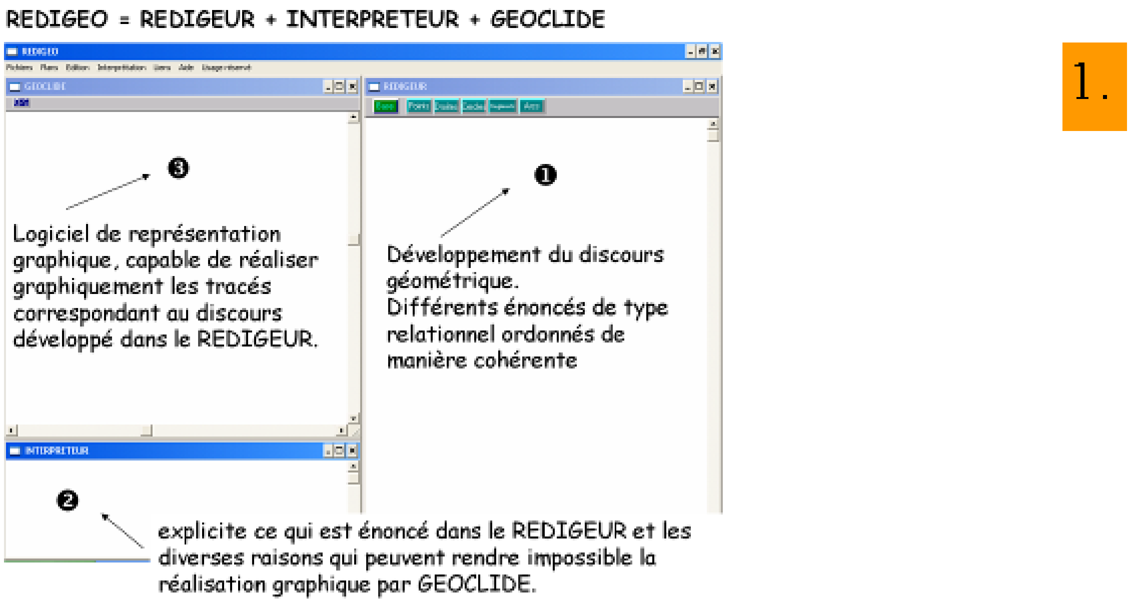


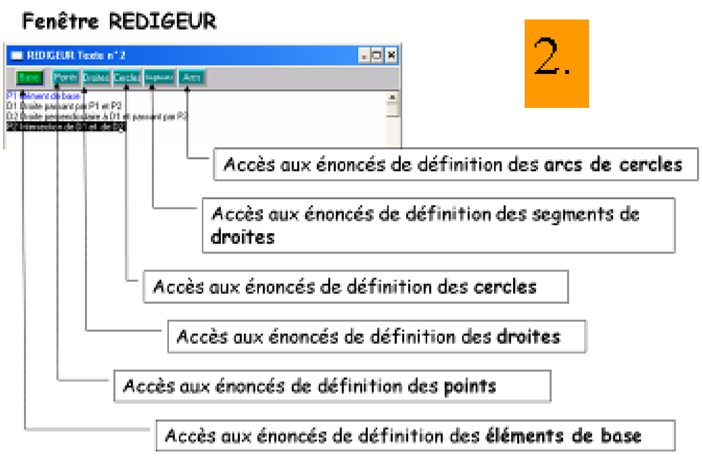
Les LANGAGICIELS : Rédigéo et construction géométrique

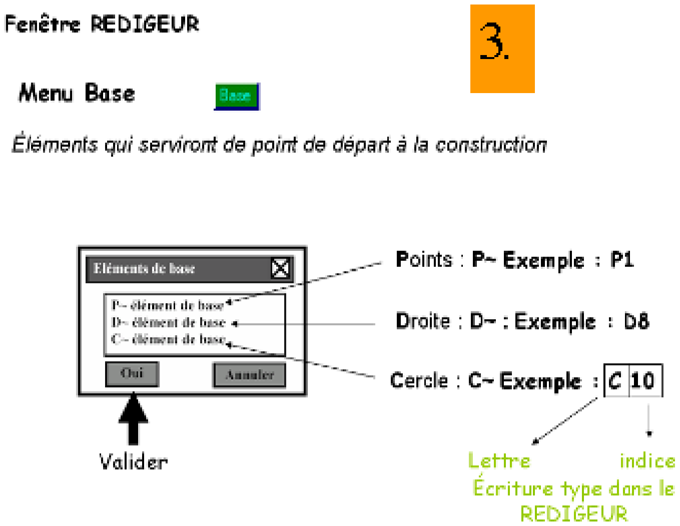
Stage R4 - Patrice PERTIN et Antoine SIBAN

Rédigeo

Objectif : Favoriser l'appropriation des énonciations de type relationnel propres à la géométrie plane.
Pour avoir le statut de construction une procédure doit avoir deux caractéristiques :
1) Ce qui est « dit » (en actes ou en mots) doit être conforme aux caractéristiques de la structure visée
2) L'ordre doit être cohérent, c'est à dire entre autre garantir que chaque étape est réalisable à partir de ce qui a été préalablement réalisé ou énoncé.



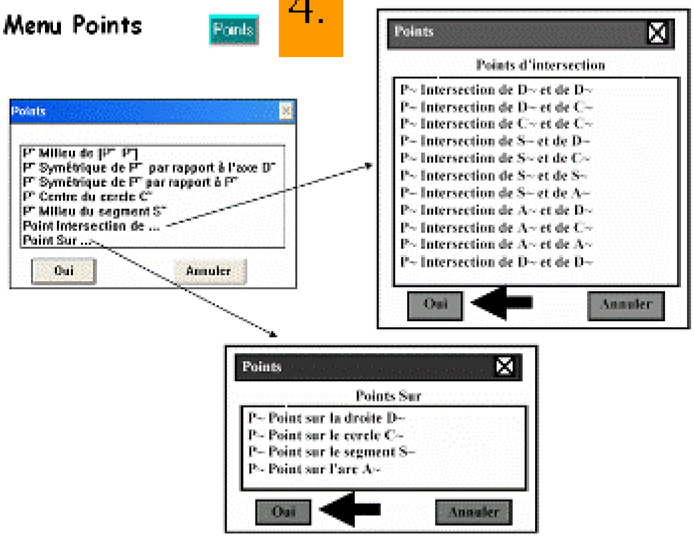




Fenêtre REDIGEUR

Menu Points Points

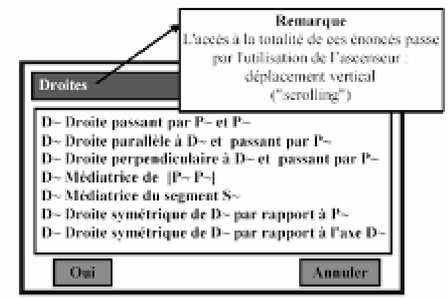
4.



Fenêtre REDIGEUR

Menu Droites Droites

5.



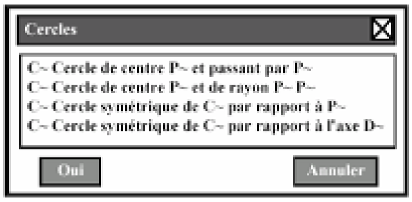
Exemple

D7 Droite symétrique de **D5** par rapport à **P3**

Fenêtre REDIGEUR

Menu Cercles Cercles

6.



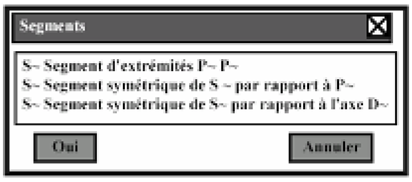
Exemple

C1 Cercle de centre **P1** et de rayon **P1 P2**

Fenêtre REDIGEUR

Menu Segments Segments

7.



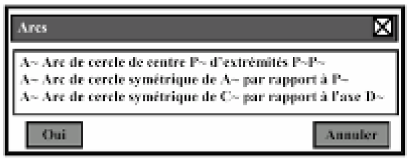
Exemple

S1 Segment d'extrémité **P1 P22**

Fenêtre REDIGEUR

Menu Arcs Arcs

8.

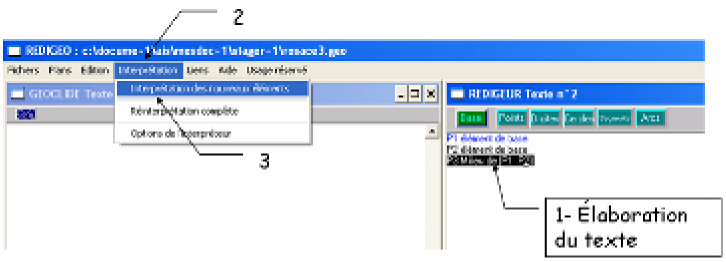


Exemple

A1 Arc de cercle de centre **P1** d'extrémités **P1 P2**

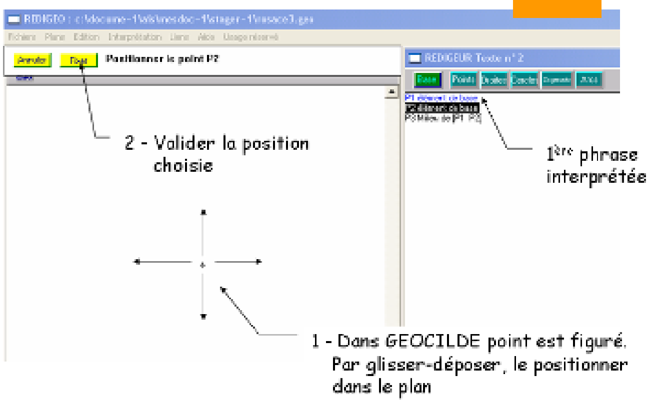
Interprétation

9.



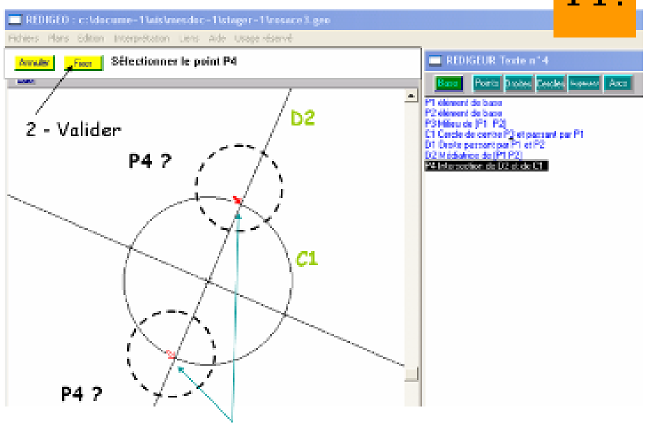
Les éléments de base doivent être positionné dans le plan

10.

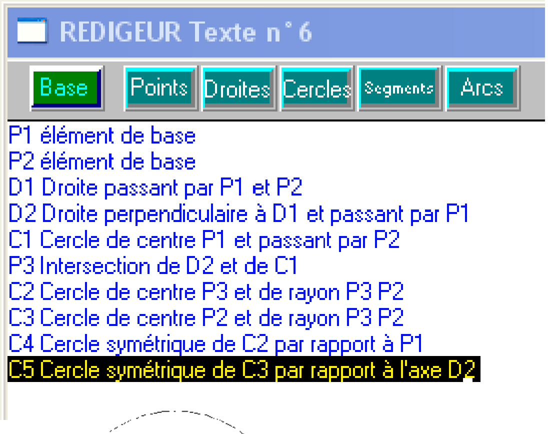


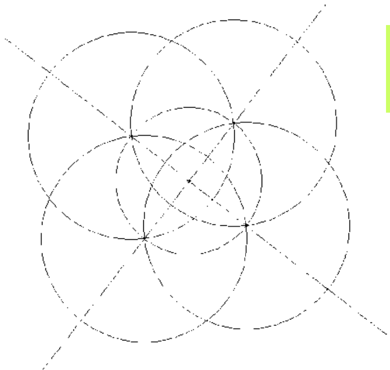
L'interpréteur analyse votre discours

11.

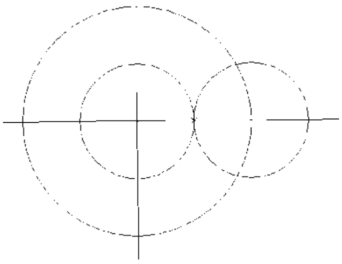


1 - Cliquer sur l'une des flèches pour choisir

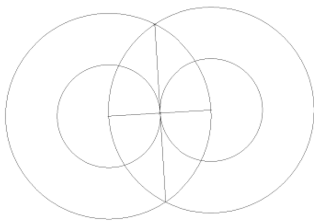




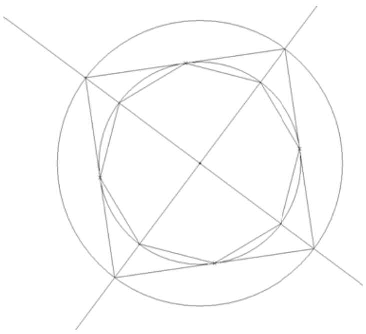
A.



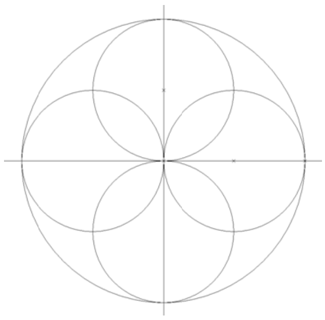
B.



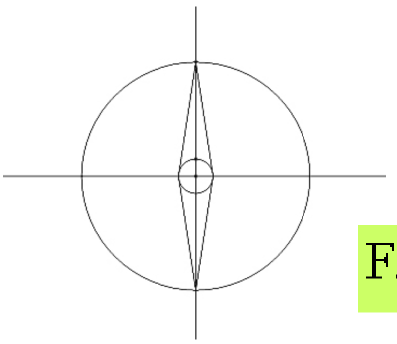
C.



D.



E.



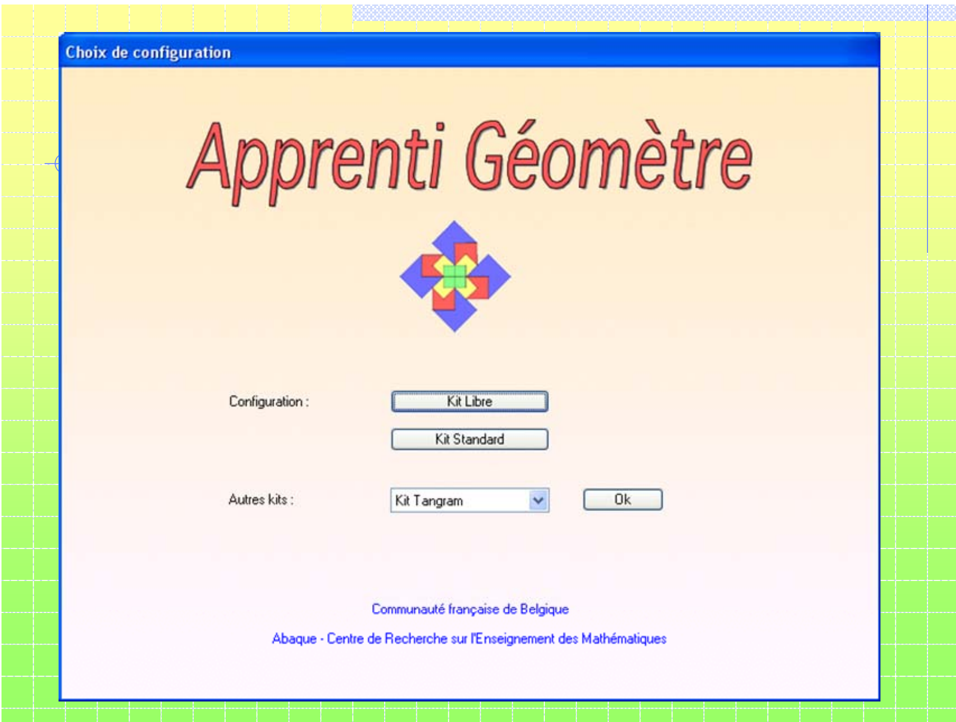
F.

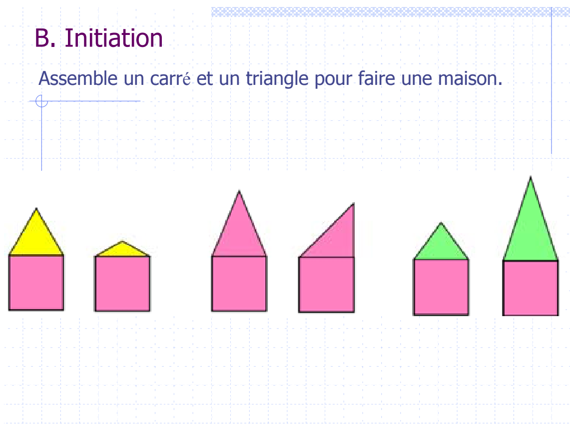
ACADÉMIE de la GUADELOUPE

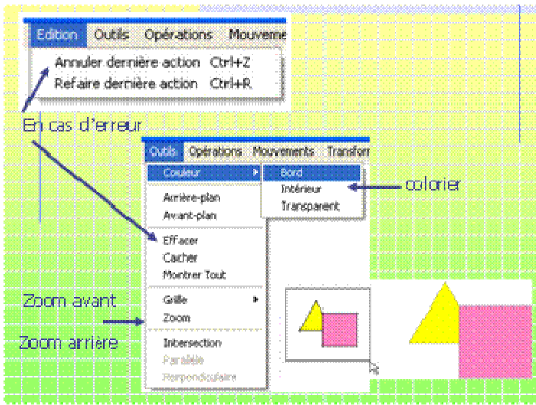
IUFM Guadeloupe

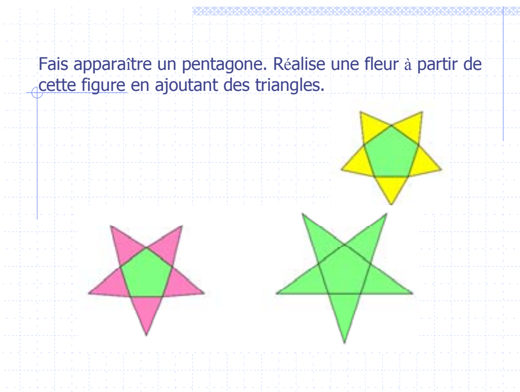
L'apprenti géomètre

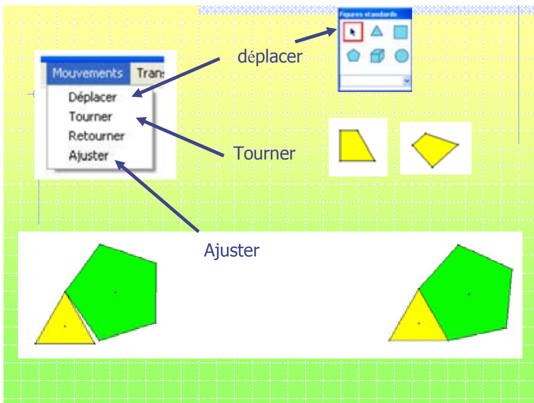
Stage R4 - Patrice PERTIN et Antoine SIBAN

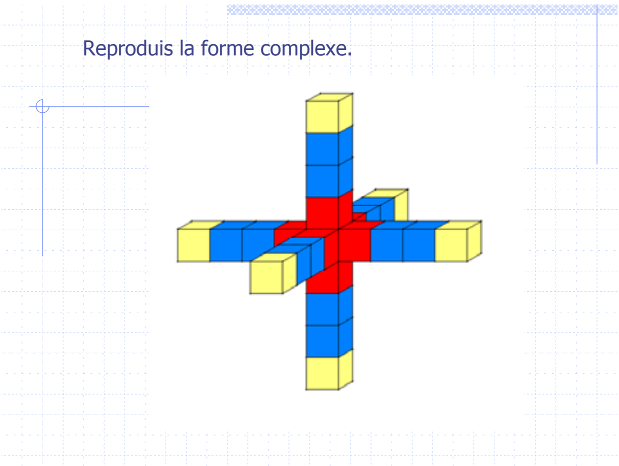


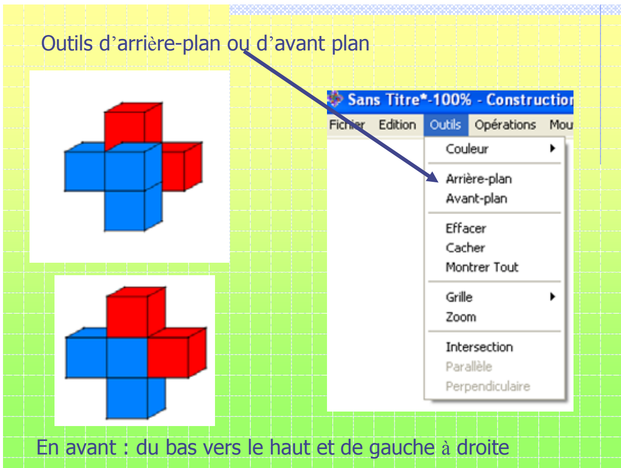


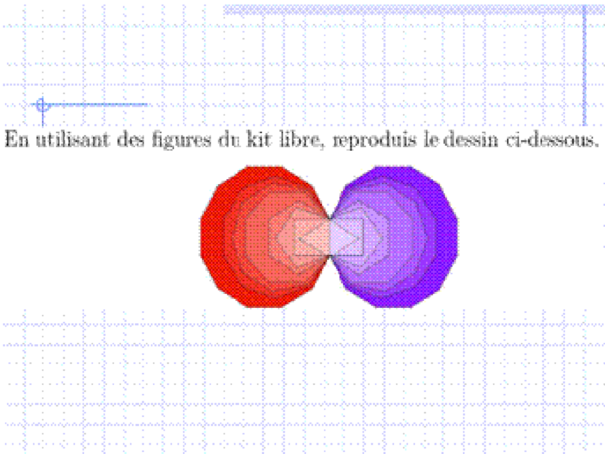


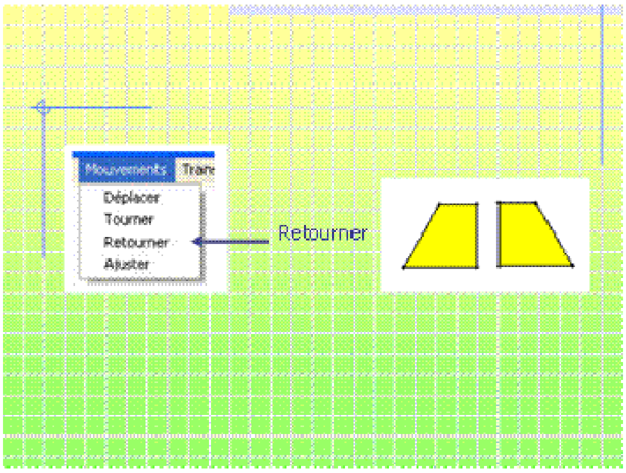


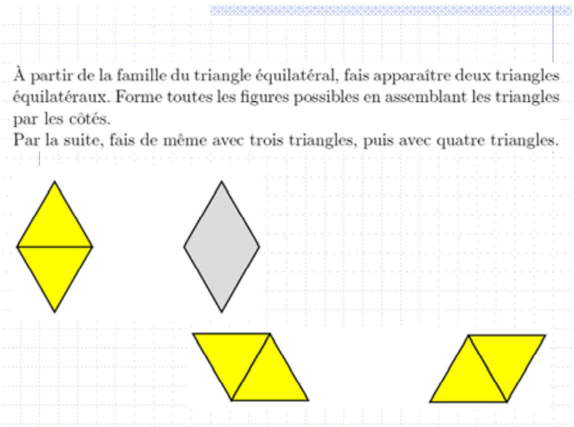


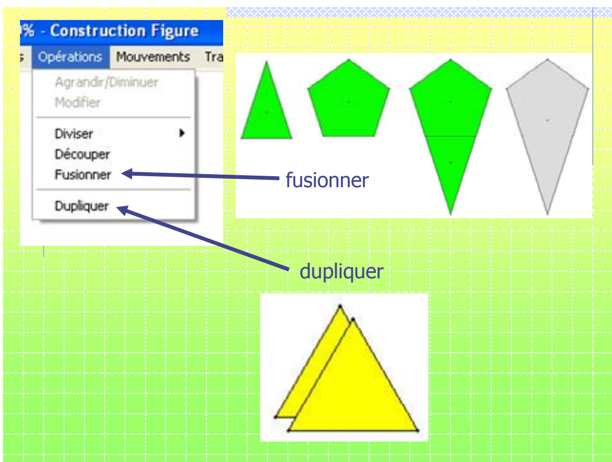

Reproduis la forme complexe.

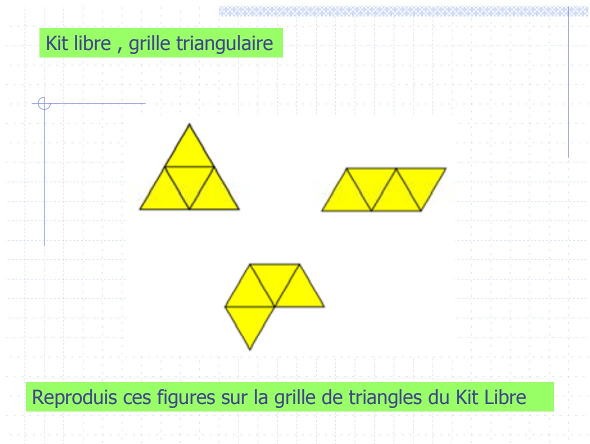

Outils d'arrière-plan ou d'avant plan
Sans Titre*-100% - Construction
Fichier Edition Outils Opérations Mou
Couleur
Arrière-plan
Avant-plan
Effacer
Cacher
Montrer Tout
Grille
Zoom
Intersection
Parallèle
Perpendiculaire
En avant : du bas vers le haut et de gauche à droite

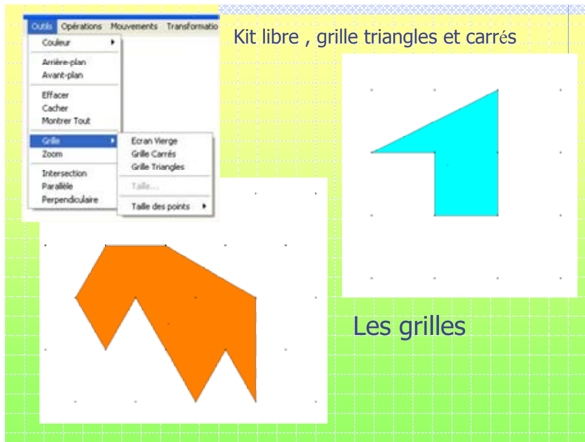

En utilisant des figures du kit libre, reproduis le dessin ci-dessous.

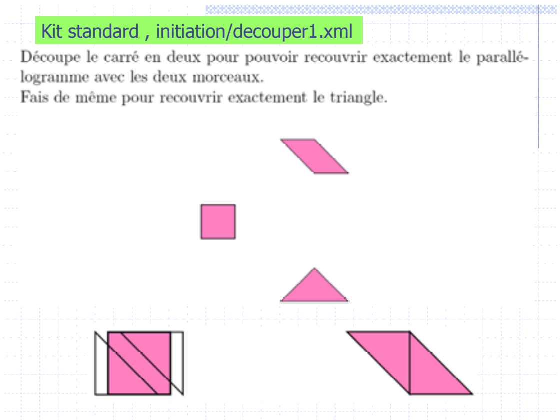

Mouvements
Déplacer
Tourner
Retourner
Ajuster
Retourner

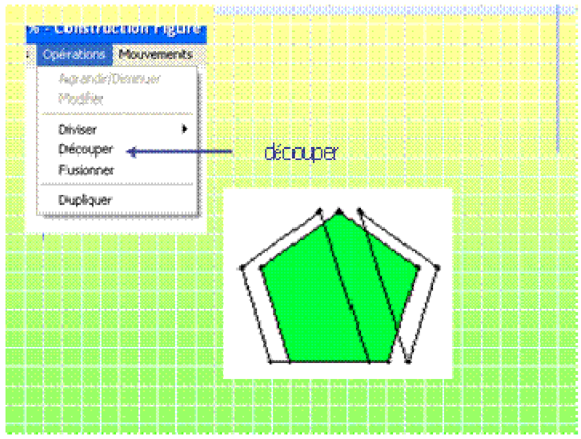

À partir de la famille du triangle équilatéral, fais apparaître deux triangles équilatéraux. Forme toutes les figures possibles en assemblant les triangles par les côtés.
Par la suite, fais de même avec trois triangles, puis avec quatre triangles.

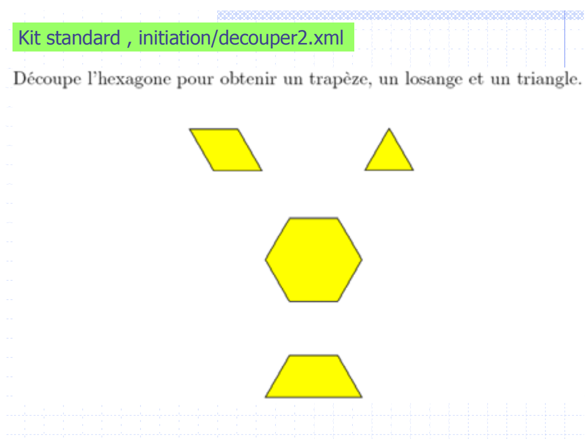

% - Construction Figure
Opérations Mouvements Tra
Agrandir/Diminuer
Modifier
Diviser
Découper
Fusionner
Dupliquer
fusionner
dupliquer

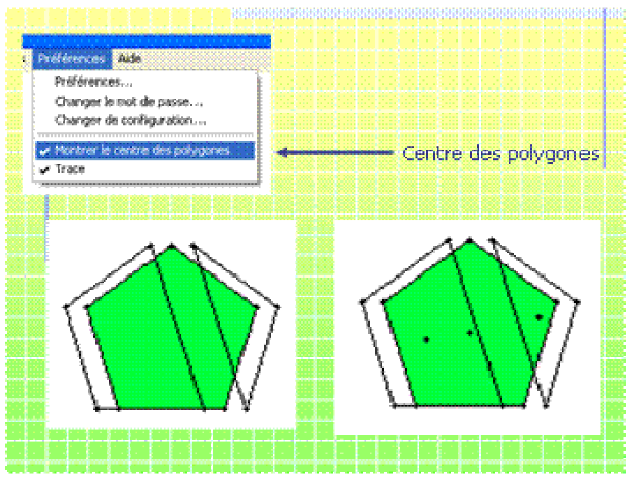

Kit libre , grille triangulaire
Reproduis ces figures sur la grille de triangles du Kit Libre


Outils
Opérations
Mouvements
Couleur
Arrière-plan
Avant-plan
Effacer
Cacher
Montrer Tout
Grille
Zoom
Intersection
Parallèle
Perpendiculaire
Ecran Vierge
Grille Carrés
Grille Triangles
Taille des points
Kit libre , grille triangles et carrés
Les grilles

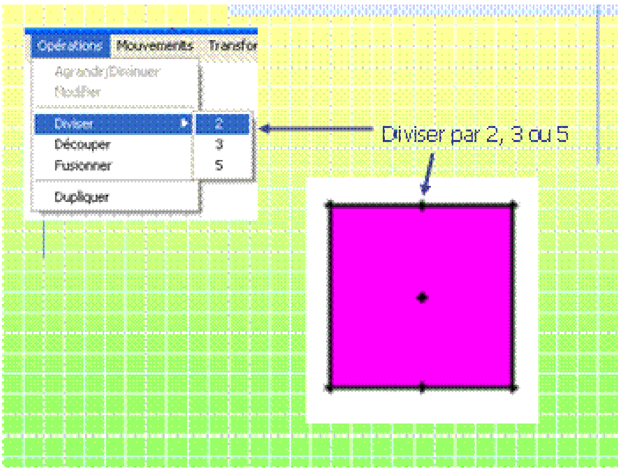

Kit standard , initiation/decouper1.xml
Découpe le carré en deux pour pouvoir recouvrir exactement le parallélogramme avec les deux morceaux.
Fais de même pour recouvrir exactement le triangle.


Construction Figure
Opérations
Mouvements
Agrandir/Diminuer
Modifier
Diviser
Découper
Fusionner
Dupliquer
découper


Kit standard , initiation/decouper2.xml
Découpe l'hexagone pour obtenir un trapèze, un losange et un triangle.


Préférences
Aide
Préférences...
Changer le mot de passe...
Changer de configuration...
Montrer le centre des polygones
Trace
Centre des polygones

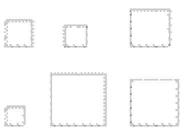
Fais apparaître un carré à l'écran et découpe-le en deux parties superposables. Vérifie que les deux parties sont bien superposables.
De combien de façons peux-tu couper ainsi le carré ?



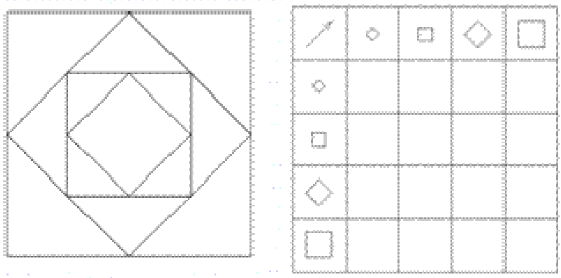
Kit libre Reproduis une des deux figures complexes

Kit standard , intégration/sixcarres.xml

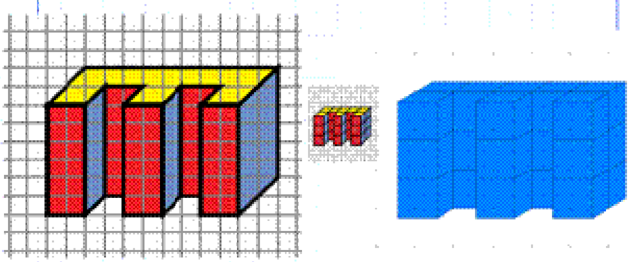
Parmi ces six carrés, retrouve les quatre qui te permettent de réaliser le montage proposé.



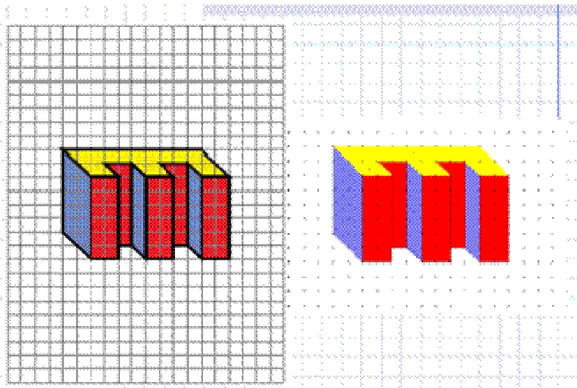
Kit standard , intégration/sixcarres.xml



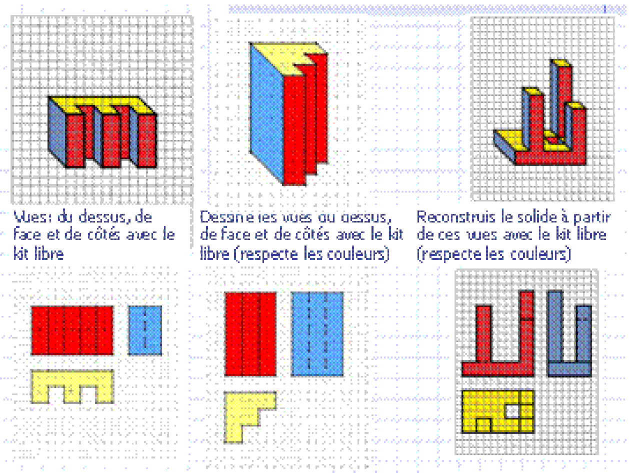
Voici les quatre carrés qui ont servi à construire la figure ci-dessous. Compare les aires de ces carrés.

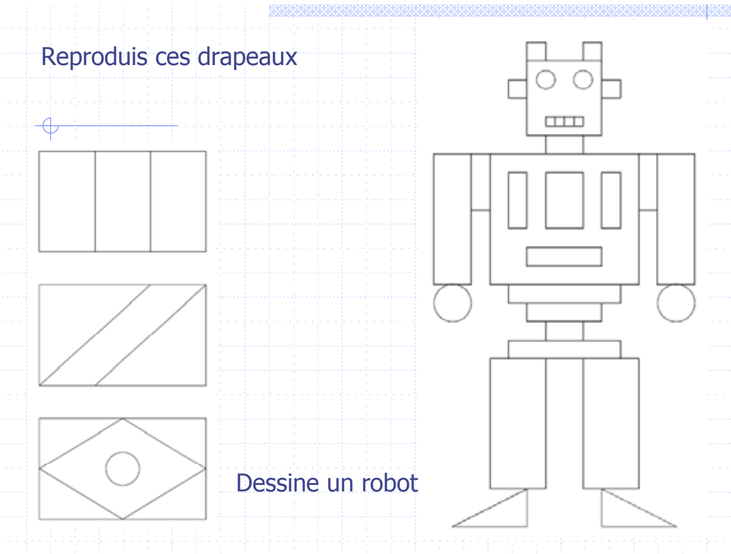


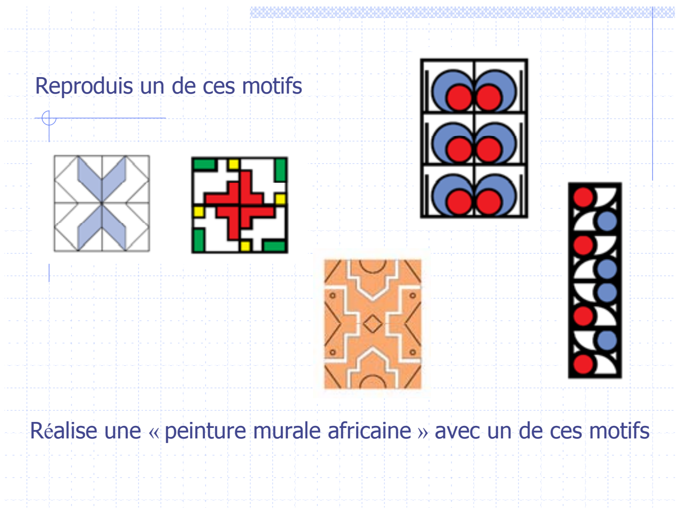
Reproduis avec es cubes du kit standard
(sans te soucier des couleurs)

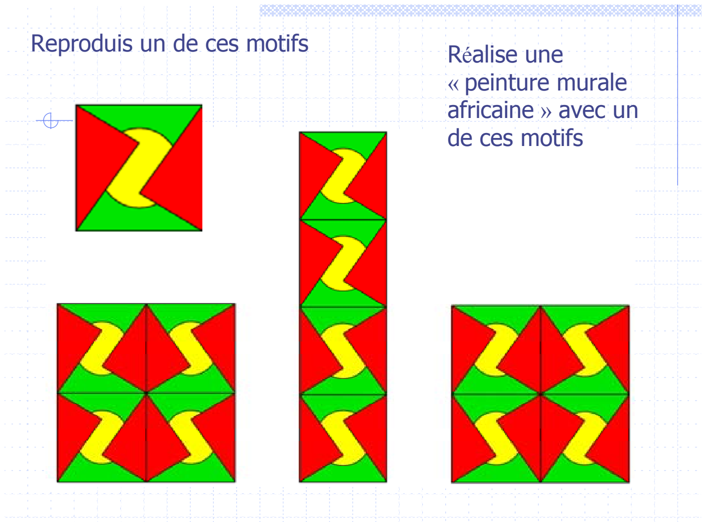


Reproduis avec le kit libre (respecte les couleurs)









Remarque : la banque des logiciels proposés durant le R4 mathématiques 2006 se trouve sur le CDROM.

Piste de différenciation en mathématiques.

Par les procédures	**Par les ressources disponibles et les contraintes imposées**	**Par les rôles**	**Par la tâche**
La même situation pour tous			**Les activités sont différentes**
Exemple : Résolution de problèmes pour chercher (PBO) Acceptation de toutes les procédures L'apprentissage est provoqué par les interactions entre pairs, la confrontation des solutions. Analyse et classement des erreurs : - Interprétation - Gestion de la démarche - Calculs Le débat sur la validité d'une solution sera plus profitable en petit groupe pour certains élèves, par exemple en soutien (si l'on souhaite faire évoluer ou abandonner telle ou telle procédure)	Exemple : Situation- problème, problème pour apprendre Adaptations de la situation aux besoins d'apprentissage (procédures attendues) Choix des valeurs des variables didactiques en fonction des possibilités des E : - taille des nombres - temps d'exécution - Consigne écrite, orale, manipulation ou non - Formulation - Contexte - Cadre - Supports, aide, instruments (calculette…) La confrontation des solutions est possible Forme de travail : individuelle ou groupes homogènes	Exemple : Jeux : marchande, banquier Les rôles sont attribués en fonction des compétences de chacun ; on peut les consolider ou les faire évoluer. L'élève n'a plus à gérer l'ensemble du problème mais un aspect bien précis. On attribue un rôle valorisant aux E en difficultés tout en renforçant leurs acquis.	Ateliers : - soutien - besoin - choix - entraînement - approfondissement groupes homogènes, autonomes ou dirigés

D'après « Chacun, tous …différemment » Différenciation en mathématiques au cycle des apprentissages INRP rencontres pédagogiques N° 34 - 1995

ACADÉMIE de la GUADELOUPE

Résolution de problèmes numériques (4): la mise en place d'un contrat favorable à la résolution de problèmes (travail Réalisé par un groupe de stagiaires)

La mise en place d'un contrat favorable à la résolution de problèmes

« Il est important d'éclairer le statut, aux yeux des enfants, des activités de résolution de problèmes, d'en préciser les caractéristiques générales, de permettre aux élèves de se construire une représentation de ce qu'est un problème et de ce que le maître attend dans ce type d'activités. »
« C'est au travers des situations qu'il propose que le maître fait comprendre aux élèves la nature du travail qui leur revient. » (ERMEL).

		Ses devoirs	Ses droits
Cycle 2	Contrat de base	**- chercher, réfléchir (ne pas donner la première réponse qui « leur passe par tête »), c'est-à-dire accepter le fait que résoudre un problème n'est pas toujours une tâche facile, que cela peut prendre du temps ; - produire une solution, mais en sachant que la façon d'y arriver peut être différente de celles choisies par d'autres élèves ; - en laisser, si c'est possible, la trace écrite ; - justifier, essayer d'expliquer ce qu'ils ont fait ; - chercher à vérifier par eux-mêmes leur solution;**	**- prendre des initiatives personnelles - faire des essais, recommencer - aller chercher et utiliser du matériel, faire un dessin, s'aider d'outils comme bande numérique, la calculette; - travailler sur leur feuille comme avec un brouillon, les ratures étant permise car la présentation « ne compte pas »...**
Cycle 2	extension	- rédiger une réponse à la question posée ; - identifier des erreurs dans une solution ; - admettre qu'il existe d'autres procédures et essayer de les comprendre ;	*Pour certains problèmes le maître peut imposer des contraintes particulières (ex : le matériel qu'il est possible d'utiliser…).*
Cycle 3	Contrat de base	**- chercher, réfléchir, c'est-à-dire accepter le fait que résoudre un problème n'est pas toujours une tâche facile, que cela peut prendre du temps ; - produire une solution personnelle, en laisser une trace écrite ; - chercher à vérifier par eux-mêmes leurs solutions ; - formuler une réponse dans les termes du problème ; - justifier leur résultat, essayer d'expliquer leur méthode, rédiger éventuellement la solution**	**- prendre des initiatives personnelles - choisir leurs méthodes - faire des essais, recommencer, - utiliser la calculette; - travailler sur leur feuille comme avec un brouillon, les ratures étant permises car la présentation « ne compte pas »... sans effacer pour pouvoir relire les productions**
Cycle 3	extension	- rédiger la solution - contrôler et discuter la pertinence ou la vraisemblance d'une solution. - identifier des erreurs dans une solution en distinguant celles qui sont relatives au choix d'une procédure de celles qui interviennent dans sa mise en œuvre ; - argumenter à propos de la validité d'une solution produite par soi-même ou par un camarade.	*Pour certains problèmes le maître peut imposer des contraintes particulières (ex : le matériel qu'il est possible d'utiliser…).*

Exemples de situations favorables à la mise en place du contrat :

Le maître ouvre le livre et cache les numéros des pages. Il dit que la somme des deux nombres (numéros) est 37. Les élèves doivent trouver les numéros des pages. (Niveau CE).

« Vous allez chercher trois nombres qui se suivent dont la somme est 96 ». (cf. ERMEL, CM1).
« Vous devez obtenir 41 en additionnant plusieurs fois des 8 et des 3 ». (cf. ERMEL, CM2).

Les entiers naturels : la numération au cycle 3(travail Réalisé par un groupe de stagiaires)

Progression
Numération : cycle 3

Deux compétences spécifiques à travailler parallèlement :
Compétence 1 : Déterminer la valeur de chacun des chiffres composant l'écriture d'un nombre entier en fonction de sa position.

Compétence 2 : Associer la désignation orale et la désignation écrite (en chiffres), pour des nombres jusqu'à la classe des millions.

Activités proposées

1) Travailler sur des nombres à trois chiffres

- dénombrer une quantité (procédures diverses des élèves)
- vocabulaire : les « uns » ou unités, paquet de 10, de 100
- introduction progressive des mots : dizaines, centaines
- coder en chiffres une quantité en utilisant la règle d'échange 10 contre 1
- passer d'une écriture chiffrée à une écriture littérale et vice versa
- associer écriture littérale et écriture chiffrée

2) Travailler sur des nombres plus grands jusqu'à la classe des millions

- lire des grands nombres ex : 258789854
- proposer un découpage en tranche de trois chiffres aux élèves : 258 789 854
- introduire le vocabulaire : mille, million
- aider à la représentation des grands nombres
- par une représentation schématique des classes
- par une compréhension de la relation entre les classes : 1 million c'est 1000 fois mille
- par une construction des classes par groupement de 10 (Stella BARUK)
    - 10 u c'est 1d
    - 10d c'est 1c
    - 10 c c'est 1uM
    - 10 uM c'est 1dM
- travailler sur la valeur des chiffres : dans 24 709, que vaut 2 ? réponse : 20 000

- trouver un nombre : 12d, 15 c,3 c,5 uM → ?
- passer d'une écriture chiffrée à une écriture littérale et vice versa
- associer écriture littérale et écriture chiffrée
- associer désignation orale et désignation écrite : dictée nombres
- décomposer un nombre (décomposition additive ou décomposition en utilisant 10, 100, 1000)
- retrouver un nombre à partir d'une décomposition en utilisant 10, 100, 1000
- ex : jeu : *le compte est bon*

  Consigne : utilise les nombres donnés pour obtenir 5 324

  1000 – 8 – 10 – 3 – 100 – 5 – 2 - 53 –100 – 5 - 24 – 9

  Réponse : 5 324 = (5 x 1000) + (3 x100) + 24

Les entiers naturels: le transcodage au cycle 2(*Travail Réalisé par un groupe de stagiaires*)

Objectif : Comment mettre en place le transcodage ?

Phase 1 : Mise en place des nombres de 1 à 10 —> utilisation des doigts.

Phase 2 : Travail sur le groupement par 10 et le comptage de 10 en 10.

Phase 3 : Transcodage

a) Utilisation du « tr »que l'on entend pour suggérer les 3dizaines.

Ex : 37 est organisé :

- en 3 « paquets » de 10 qui s'écrit avec un 3 qui vaut trente.
- à côté du 3, un 7 qui est un « vrai »7 et qui vaut sept.

b) Introduction :

- des chiffres qui mentent,
- des chiffres qui disent la vérité et parallèlement
- du chiffre du silence.

Phase 4 : Systématisation

Les nombres où on entend les dizaines : 40 – 50 – 60

Phase 5 : a) Etude des **2**0

b) Etude des 10 (dizaines)

Stella B. insiste sur les dix-un, dix deux … qui se disent onze, douze…

A chaque situation une petite histoire est racontée pour imager les situations d'apprentissage.

Phase 6 : Le 70 est construit systématiquement d'après la logique précédemment.

70 → septante
seventy

Mise au point en fonction de la réaction des élèves.
Equivalence du septante et du soixante –dix.

Phase 7 : Dans cette phase, S.B. parle des nombres qui s'écrivent en soixante-dix- un, soixante-dix deux… et fait le parallèle avec les appellations de l'apprentissage de la dizaine.

Phase 8 : Mise en place de « huitante »

Même procédure que la phase 6.

Explication des groupements par 20 (sous la forme d'une histoire).

Phase 9 : Idem phase 7 pour 90.

Phase 10 : Numération de la centaine

- La première centaine est évitée. S.B commence l'étude à partir de la 2ème centaine.

Evocation des silences à l'intérieur du nombre (ex : 206…)

- Retour à la première centaine. Evocation du cas « 1 cent » qu'on ne dit pas.

Fractions et décimaux 1:écriture fractionnaire → les nombres décimaux (*Travail réalisé par un groupe de stagiaires*)

<u>Séquence</u> : Ecriture fractionnaire aux nombres décimaux.

*<u>***Objectif 1***</u> : « découvrir l'écriture des nombres décimaux à partir de la fraction décimale. »
Matériel : une bande étalon de 70 cm environ.
Activité : mesurer la longueur d'un objet de la classe (bureau, tableau …) en utilisant la bande étalon.

Etape1 : recherche du nombre d'unités (les élèves mesurent l'objet en reportant la bande étalon sur toute sa longueur en comptant le nombre de fois qu'il est possible de le faire).
Ex : 6 u
Puis les élèves reportent dans le tableau suivant la mesure obtenue.

c	d	u			
		6			

Etape 2 : Pour mesurer la partie restante, nécessité de réaliser une partition de la bande étalon (proposer de la plier en 10 parties égales à lien avec la numération décimale)

<u>Nommer cette nouvelle partition obtenue</u> : dixième (1/10)
(S'assurer que les élèves ont pris conscience du fait que les 10 dixièmes (re)-constituent l'Unité (la bande étalon)

Les élèves mesurent la partie restante en comptant le nombre de dixièmes utilisés de la bande étalon, puis ils reportent dans le tableau la mesure obtenue, en justifiant.

c	d	u	dixièmes		
		6	3		

<u>Justification</u> : Comme elle est dix fois plus petite que l'unité, elle s'écrira à droite de l'unité.
Ex : 3 dixièmes ou 3/10.

Etape 3 : Pour mesurer la partie restante, nécessité de réaliser une nouvelle partition, d'une des 10 parties (dixièmes) précédemment obtenues
(Proposer de continuer à partager le dixième en 10 parties égales)

Nommer cette nouvelle partition obtenue
Parce que 10 de ces nouvelles parts constituent 1/10, alors 100 de ces nouvelles parts (re)-constituent l'Unité (la bande étalon)

À Cette nouvelle partition sera nommée un centième (1/100)

Les élèves mesurent la partie restante en comptant le nombre de centièmes de la bande étalon nécessaires, puis les élèves reportent dans le tableau la mesure obtenue en justifiant.

c	d	u	dixième	centième	
		6	3	5	

Justification : Comme elle est dix fois plus petite que le dixième, elle s'écrira à droite des dixièmes.
Ex : 5 centièmes ou 5/100.

* **Récapitulatif** : L'objet mesuré a une longueur de :
À 6 unités, 3 dixièmes et 5 centièmes soit : 6 + 3/10 +5/100

c	**d**	**u**	**Dixième 1/10**	**Centième 1/100**	
		6	3	5	

Objectif 2 :
« Faire ressentir la nécessité d'une nouvelle écriture (d'écriture). »

Activité : écrire le nombre hors du tableau.

635 ≠ : 6 unités, 3 dixièmes et 5 centièmes

Le maître propose alors l'écriture suivante : **6,35**
(Les élèves sont invités à expliquer/comprendre la présence/apparition de la virgule et à re-préciser les valeurs attribuées à chaque chiffre).à nommer, par déduction, la dernière colonne et tenter de (se) représenter la « valeur » de cette nouvelle partition

Prolongements :

Mesurer la longueur des murs de la classe avec une bande étalon et exprimer cette mesure sous forme **fractionnaire** et **décimale**.

Passage d'une écriture fractionnaire à une écriture décimale et inversement.

Travailler sur les fractions équivalentes (ex : 8/10 et 80/100)

Placer dans le tableau les nombres suivants :

247 000 - 236 - 40/10 - 43/10 - 28/100 - 372/100 - 2/1000

Le calcul : la construction de la technique opératoire de la division (*Travail réalisé par des stagiaires*)

LA TECHNIQUE OPERATOIRE DE LA DIVISION

Faire évoluer des procédures basées sur le calcul réfléchi, favoriser la construction du « sens » de la division (en référence à des problèmes de partition et de quotition) pour aboutir à une technique opératoire plus « économique ».

1) Résoudre un problème de division en utilisant la procédure de son choix.

Première situation :

Faire émerger des procédures dans un problème de quotition.

« Combien de bracelets de 12 perles peut-on faire avec 131 perles ? »

Procédures possibles :

A. 12+12+12+12+ ……………….

B. Essais de produits : 12 x 8 = 96 trop petit
12 x 12 = 144 trop grand etc.

C. Soustractions successives 131 – 12 = 119
119 – 12 = 107 etc.

D. Erreurs possibles 131 x 12 131 + 12 131 – 12.

La solution peut être validée par manipulation, par représentation (schéma), mais aussi par raisonnement (10 bracelets de 12 perles, 120 perles utilisées donc il reste 11 perles).
L'égalité suivante peut être proposée (12 x 10) + 11 = 131

2) Résoudre un problème de division en faisant des soustractions successives de produits du diviseur.

Deuxième situation :

Faire évoluer les procédures.
Le problème proposé relève d'une situation de quotition afin de donner du sens à la soustraction successive, le dividende sera grand et le diviseur à un chiffre pour rendre les procédures précédentes fastidieuses. L'objectif étant de faire apparaître une procédure de soustraction de produits du diviseur.

« Un pâtissier utilise 7 œufs pour faire un gâteau. Il dispose de 1636 œufs. Combien de gâteaux pourra-t-il donc réaliser avec tous ces œufs ? »

Procédures possibles :

a) 7+7+7+7+7 ……………….

b) Essais de produits : 7 x 20 = 140 trop petit

7x 200 = 1400 trop petit
7 x 300 = 2100 trop grand etc.

c) Soustractions successives 1636 – 7 = 1629
1629 – 7 = 1622 etc.

d) Erreurs possibles 1626 x 7 1626 + 7 1626 - 7

La procédure a) peut-être améliorée en remplaçant l'addition réitérée par un produit correspondant ce qui revient à utiliser la procédure b).

La procédure b) fait apparaître des essais de produits. L'utilisation de ces produits peut-être pertinent après explicitation de la procédure (avec 200 gâteaux on se rend compte qu'il reste encore des œufs. On peut dès lors déterminer le nombre d'œufs qui reste et chercher le nombre de gâteaux que l'on peut encore faire avec le reste)

La procédure c) après explicitation montre que l'on enlève le nombre d'œufs pour un gâteau à chaque soustraction, il devient pertinent de soustraire le nombre d'œufs pour un nombre de gâteaux plus important. L'intérêt d'un nombre multiple de dix apparaît afin de déterminer le nombre d'œufs utilisé plus rapidement (calcul aisé).

Les procédures erronées sont mises à l'épreuve de la vérification du nombre d'œufs utilisés pour le nombre de gâteaux trouvé. Validation par résonnement vue dans la situation 1.

La procédure b) permet de mettre en évidence l'intérêt de prévoir **l'ordre de grandeur du quotient.**
100 x 7 = 700 trop petit 1000 x 7 = 7000 trop grand
Le quotient à donc 3 chiffres

Solutions proposées :

Procédure b)

200 gâteaux	→	1400 œufs	il reste 236 œufs
20 gâteaux	→	140 œufs	il reste 96 œufs
10 gâteaux	→	70 œufs	il reste 26 œufs
3 gâteaux	→	21 œufs	il reste 5 œufs

Procédure c)

1636 – 700	(100 gâteaux)	=	936
936 – 700	(100 gâteaux)	=	236
236 – 70	(10 gâteaux)	=	166
166 – 70	(10 gâteaux)	=	96
96 – 70	(10 gâteaux)	=	26
26 – 21	(3 gâteaux)	=	5

L'utilisation de **la potence** devient un moyen de présentation de sa démarche.

1	6	3	6			7	
-	7	0	0	1	0	0	
	9	3	6				
-	7	0	0	1	0	0	
	2	3	6				
-		7	0		1	0	**la validation** : on a cherché combien de fois 7 dans 1636
	1	6	6				(7x 233) + 5 = 1636
-		7	0		1	0	
		9	6				
	-	7	0		1	0	
		2	6				
	-	2	1			3	
			5	2	3	3	gâteaux

3) Résoudre un problème de division par manipulation

<u>Troisième situation :</u> ERMEL CM2

L'objectif est de mettre en place la technique opératoire de la division euclidienne.
Activité de préparation. Partager une somme d'argent en parts égales en utilisant un matériel donné.

« A la grande loterie de la foire, on peut gagner des plaques de valeurs différentes. 3 joueurs ont gagné ensemble les plaques suivantes :

1 millier	1 millier	1 millier	1 millier
1 centaine			
1 dizaine	1 dizaine		
1 unité	1 unité		

Chaque joueur doit avoir la même somme d'argent.
Quelle sera la part de chacun ?»

«Vous avez les plaques, maintenant vous allez faire le partage et on devra retrouver devant chacun de vous la somme que doit avoir chaque joueur ».

<u>Choix</u>
Utilisation d'un matériel à la disposition des élèves. Le partage de l'argent se fait entre 3 élèves lors d'une activité de groupe. Le choix de 4M, 1C, 2D et de 2U doit favoriser le partage en commençant par les milliers. Laisser la possibilité de partager en commençant par les unités ne semble pas pertinent car le partage pourra être réalisé malgré de nombreux échanges et l'intérêt de commencer par les milliers serait diminué.

<u>Déroulement</u>
Dans un premier temps les élèves constatent l'impossibilité de faire certains partages (4M, on donne 1M à chacun et il reste 1M). A cet instant on peut introduire la possibilité de faire des échanges.
« Le banquier réalise les échanges demandés mais il faudra demander le moins de plaques possible »

(éviter les échanges de 1M contre 100D ou 1000U, mais 1M contre 9C et 10D sera accepté car il justifie d'une anticipation sur le partage des dizaines et de la recherche de multiple de 3).
On compare les résultats des partages (une seule solution possible) et les échanges réalisés. Le scénario le plus économique est mis en évidence.

PARTAGE	DONNER A CHACUN	RESTE	ECHANGE
4M	1M	1M	10C
11C	3C	2C	20D
22D	7D	1D	10U
12U	4U	0	

<u>**Les règles de partage et d'échange sont dégagées :**</u>
- Il faut traiter dans l'ordre les M, C, D et U et faire toujours de la monnaie dans l'ordre de l'unité qui suit.

Reprendre l'activité avec 5M, 2C, 0D, 1U.
« Quelle sera la part de chacun ? Que reste t-il à la fin du partage ? »

4) Reprendre l'activité 3 en utilisant une feuille de calcul.

Partager 8563 entre 7			**Calculs**
M	Partager Donne	8M 1M à chacun	
Reste 1M **C**	**échange 10C** Partager Donne	15C 2C à chacun	**2x7=14**
Reste 1C **D**	**échange 10D** Partager Donne	16D 2D à chacun	
Reste 2D **U**	**échange 20U** Partager Donne	23U 3U à chacun	**3X7=21**
Reste 2U			
Résultat du partage : 1223 à chacun, reste 2 **Vérification : (1223x7) +2 = 8563**			

5) Algorithme de la division euclidienne.

La disposition usuelle doit être présentée comme résultant directement du dispositif de partage (utilisation du matériel) et de calcul (utilisation de la feuille de calcul).

* <u>retrouver la valeur d'une part</u> :
« 7865 Euros à partager entre les 27 gagnants du Kéno. Ils doivent avoir la même somme »
Les élèves utilisent la feuille de calcul.

- En conclusion du bilan le maître explicite la disposition usuelle du calcul.

Algorithme

	M	C	D	U				
	7	8	6	5			2	7
-	5	4				2	9	1
						C	D	U
	2	4	6					
-	2	4	3					
			3	5				
			2	7				
				8				

* 7 milliers, je ne peux pas donner à chacun donc je l'échange contre 70 centaines.

* J'ai 78 centaines. Je donne 2C à chacun il reste 24 centaines. J'échange les 24C contre 240D.

*J'ai 246D, je donne 9D à chacun, il me reste 3D. J'échange les 3D contre 30U.

*J'ai 35U, je donne 1U à chacun il me reste 8U.