

Épreuve pratique de mathématiques

Printemps 2009

Descriptifs

(Page vide)

Étude d'une fonction dépendant d'un paramètre

Situation

Étant donné une fonction dépendant d'un paramètre, on étudie des propriétés géométriques de sa courbe représentative.

Compétences évaluées

- Utiliser un logiciel pour tracer des courbes.
 - Construire l'image d'un point par une homothétie.
 - Rechercher un extremum pour une fonction.
 - Définir et mettre en œuvre une homothétie.
-

3 / 76

Étude d'une fonction dépendant d'un paramètre

Situation

Étant donné une fonction dépendant d'un paramètre, on étudie des propriétés géométriques (d'alignement, etc.) de certains points de sa courbe représentative (définis selon des valeurs du paramètre).

Compétences évaluées

- Utiliser des fonctionnalités d'un grapheur ou d'une calculatrice graphique.
 - Tracer des courbes.
 - Lire à l'écran des valeurs approchées des coordonnées de points sur une courbe.
 - Rechercher un extremum pour une fonction.
 - Définir et mettre en œuvre une homothétie.
-

4 / 76

Étude d'une transformation du plan

Situation

On définit une transformation (non affine) du plan muni d'un repère orthonormal direct. L'objectif est d'étudier l'image par cette transformation d'un ensemble donné.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Visualiser un lieu de points et émettre une conjecture sur sa nature.
 - Utiliser les transformations géométriques usuelles.
 - Utiliser les nombres complexes en géométrie.
-

5 / 76

Étude d'un lieu géométrique

Situation

Dans le plan orienté, il s'agit de déterminer le lieu géométrique d'un point appartenant à une configuration simple, en utilisant des transformations.

Compétences évaluées

- Construire une figure avec un logiciel.
 - Visualiser un lieu géométrique.
 - Utiliser une transformation pour démontrer qu'un triangle est rectangle isocèle et exploiter cette configuration.
 - Déterminer l'image d'un segment par une transformation du plan.
-

6 / 76

Encadrement d'une intégrale

Situation

Il s'agit de mettre en œuvre la méthode des rectangles à l'aide d'un tableur pour déterminer des encadrements de l'intégrale d'une fonction continue sur un intervalle.

Compétences évaluées

- Utiliser un tableur et réaliser une feuille de calcul adaptée à la situation.
 - Interpréter une intégrale en terme d'aire.
 - Encadrer une aire par la méthode des rectangles.
 - Déterminer une majoration de l'erreur commise.
-

7 / 76

Étude d'un phénomène biologique

Situation

Une expérience porte sur l'étude de la croissance de bactéries (*escherichia coli*), durant deux heures dans un milieu liquide minimum glucosé.

L'observation de la densité $D(t)$ de cellules en fonction de la durée t est répertoriée dans un tableau.

Le but de l'exercice est de trouver une fonction qui approche la densité de population en fonction de la durée.

Compétences évaluées

- Utiliser un tableur, un grapheur ou une calculatrice.
 - Modéliser une situation par une équation différentielle.
 - Résoudre une équation différentielle avec condition initiale.
-

8 / 76

Étude d'une suite définie par une relation de récurrence

Situation

On considère une suite u définie par son premier terme et une relation de récurrence. Il s'agit, après avoir représenté les premiers termes de la suite, de conjecturer diverses propriétés dont une expression de u_n en fonction de n . Certains des résultats conjecturés doivent ensuite être démontrés.

Compétences évaluées

- Faire calculer les termes d'une suite.
 - Représenter graphiquement un nuage de points.
 - Reasonner par récurrence.
-

9 / 76

Propriétés de la parabole

Situation

On se propose d'étudier une propriété géométrique de la parabole.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre des conjectures.
 - Étudier les propriétés d'une figure plane.
 - Effectuer des calculs en géométrie analytique dans le plan.
-

10 / 76

Étude d'un ensemble de points du plan défini à l'aide de deux suites

Situation

Deux suites (x_n) et (y_n) sont définies par des conditions initiales et par des relations de récurrence. Dans un repère orthonormal, on considère le point M_n de coordonnées (x_n, y_n) .

L'objectif est d'observer et d'étudier le nuage des points M_n obtenus.

Compétences évaluées

- Utiliser la calculatrice, un tableur, un grapheur ou tout logiciel adapté afin de calculer les premiers termes de deux suites.
 - Représenter des points, donnés par leur coordonnées, à l'aide du logiciel choisi.
 - Caractériser un cercle comme ensemble de points.
-

11 / 76

Expression de termes de suites définies par récurrence

Situation

Dans une petite ville sont installés deux clubs de sport A et B.

Des mouvements d'adhérents ont lieu chaque année entre les deux clubs, suivant quelques règles simples.

Il s'agit d'étudier l'évolution de l'effectif de chaque club.

Compétences évaluées

- Utiliser un tableur (ou tout autre outil adapté) pour calculer des termes de suites définies par une relation de récurrence.
 - Modéliser par des suites un processus linéaire discret.
 - Mener des calculs algébriques simples.
 - Calculer la limite d'une suite.
-

12 / 76

Étude d'un ensemble de points

Situation

La configuration de départ est un carré $ABCD$.

Il s'agit de décrire le lieu d'un point lié au point M lorsque ce dernier décrit la diagonale $[BD]$.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Tester les conjectures émises.
 - Visualiser un lieu de point.
 - Maîtriser les notions de la géométrie élémentaire : parallélogramme, projection orthogonale, angles orientés, ...
-

13 / 76

Étude d'une courbe de Bézier

Situation

Il s'agit de représenter, à l'aide d'un logiciel adapté, le lieu d'un point M dépendant d'un paramètre puis de montrer que le point M appartient à une courbe connue.

Compétences évaluées

- Effectuer des constructions géométriques à l'aide d'un logiciel.
 - Définir un barycentre de deux points du plan par ses coordonnées.
 - Connaître l'équation cartésienne d'une parabole.
-

14 / 76

Triangle inscrit de périmètre minimal

Situation

Il s'agit d'inscrire dans un triangle ABC donné un triangle de périmètre minimal.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre des conjectures.
 - Utiliser des relations trigonométriques du triangle.
 - Déterminer un extremum de fonction.
-

15 / 76

Lieu géométrique de points dans l'espace

Situation

Le but de l'exercice est de déterminer le lieu d'un point défini comme barycentre, à coefficients positifs, de certains sommets d'un cube donné.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dans l'espace.
 - Conjecturer un lieu de points.
 - Démontrer la coplanarité de points.
 - Utiliser la géométrie vectorielle.
-

16 / 76

Étude d'une configuration plane

Situation

Étant donné un point M du plan, on construit ses projetés orthogonaux sur deux droites sécantes. Il s'agit de conjecturer la nature d'un triangle défini à partir de cette situation et de démontrer cette conjecture.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions géométriques à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Réaliser des mesures à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Choisir et mettre en œuvre une démarche en géométrie plane.
-

17 / 76

Étude d'une figure de l'espace

Situation

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal, on se donne des points A, B, C, D et E . On étudie quelques propriétés de la figure : nature d'un triangle, barycentre, projection orthogonale sur un plan, intersection d'une sphère et d'un plan.
(Exercice de type QCM)

Compétences évaluées

- Construire une figure de l'espace à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Utiliser les potentialités de ce logiciel pour conjecturer des propriétés de la figure.
 - Maîtriser la notion d'orthogonalité entre droites et plans.
 - Utiliser le barycentre d'un système de points pondérés.
 - Déterminer l'intersection d'une sphère et d'un plan.
-

18 / 76

Problème d'optimisation

Situation

L'objectif du problème est de déterminer, dans une configuration plane, la position des objets qui maximise l'aire d'un rectangle donné.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre une conjecture.
 - Utiliser la trigonométrie.
 - Déterminer un extremum de fonction.
-

19 / 76

Étude de deux suites définies par des relations de récurrence

Situation

Deux suites u et v sont données par leurs premiers termes u_0, v_0 et des relations de récurrence du type :

$$u_{n+1} = u_n + a n + b \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n + a n + c$$

où a, b , et c sont des nombres réels fixés. Il s'agit alors d'obtenir une expression de u_n et v_n en fonction de n .

Compétences évaluées

- Élaborer un processus itératif avec un logiciel ou une calculatrice.
 - Émettre des conjectures.
 - Mettre en place une démonstration par récurrence.
-

20 / 76

Étude d'un lieu géométrique

Situation

Dans le plan orienté, un point M décrit un cercle. Une configuration géométrique varie avec le point M . À l'aide de transformations bien choisies, on recherche le lieu de points associés à M dans la configuration.

Compétences évaluées

- Construire une figure plane à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Visualiser le lieu d'un point.
 - Reconnaître des transformations usuelles dans une configuration.
 - Connaître les propriétés des translations et des rotations.
-

21 / 76

Test d'un dé tétraédrique

Situation

Avant d'entamer un jeu utilisant un dé tétraédrique, un joueur décide de tester le dé, comportant quatre faces numérotées de 1 à 4, afin de savoir s'il est bien équilibré ou s'il est pipé.

Pour cela il confronte les résultats de certaines simulations à ceux d'une expérience préalable.

Compétences évaluées

- Simuler une expérience aléatoire.
 - Utiliser des fonctions statistiques d'un tableur.
 - Utiliser le test d'adéquation à une loi équirépartie.
 - Caractéristiques de dispersion d'une série statistique.
-

22 / 76

Divisibilité de $n^i + k$ par $n + k$ **Situation**

Ce sujet propose de déterminer les entiers naturels n pour lesquels, i et k étant des paramètres fixés, un entier dépendant de n et k divise un autre entier dépendant de n , i et k .

L'étude est d'abord menée expérimentalement à l'aide d'un outil logiciel ou d'une calculatrice, puis reprise de manière théorique à l'aide d'un majorant N de l'ensemble des nombres n susceptibles de convenir.

Compétences évaluées

- Mener des calculs arithmétiques avec un tableur ou une calculatrice.
 - Tester une divisibilité ou une factorisation.
 - Exécuter des calculs sur des polynômes.
 - Étudier des problèmes de divisibilité dans \mathbf{N} .
 - Utiliser des théorèmes d'arithmétique.
-

23 / 76

Nombres complexes et géométrie**Situation**

Dans le plan complexe rapporté au repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) , on désigne par M un point du cercle trigonométrique et par z l'affixe de M . On note R le point d'affixe z^2 , et U le point d'affixe $P(z)$ où P est un polynôme donné.

L'objectif de l'exercice est l'étude des positions relatives des points O , R et U lorsque M varie.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Reconnaître une transformation et l'utiliser dans la construction d'une figure.
 - Utiliser l'aspect géométrique des nombres complexes pour caractériser des configurations.
 - Émettre des conjectures.
-

24 / 76

Étude d'une transformation

Situation

Il s'agit d'étudier les effets d'une transformation géométrique donnée sur les objets de la géométrie usuelle tels que droites et cercles.

Compétences évaluées

- Réaliser une construction avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre des conjectures.
 - Caractériser le parallélisme et l'orthogonalité de droites du plan.
-

25 / 76

Suite définie par une sommation

Situation

On considère une suite U définie explicitement.
L'objet de l'exercice est d'étudier la suite obtenue en sommant les premiers termes de la suite U .
On discutera en particulier la convergence éventuelle de la suite ainsi obtenue.

Compétences évaluées

- Déterminer les termes d'une suite à l'aide d'une feuille de calcul.
 - Émettre des conjectures.
 - Démontrer des inégalités.
 - Résoudre une inéquation.
-

26 / 76

Étude de deux suites

Situation

Il s'agit d'étudier les variations et la convergence éventuelle de deux suites définies par récurrence.

Compétences évaluées

- Construire une feuille de calcul ou programmer un algorithme adapté à une suite récurrente.
 - Représenter graphiquement une suite.
 - Étudier les variations d'une suite.
-

27 / 76

Intersection de deux courbes

Situation

On se donne deux fonctions f et g , dépendant d'un paramètre réel m , et liées entre elles par une relation simple.

On étudie la position relative des courbes représentatives des fonctions f et g selon les valeurs du paramètre m .

Compétences évaluées

- Représenter graphiquement des fonctions dépendant d'un paramètre.
 - Utiliser l'aspect dynamique du logiciel pour formuler des conjectures.
 - Résoudre des équations du second degré.
 - Calculer des dérivées de fonctions.
 - Déterminer une équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction dérivable.
-

28 / 76

Distance minimale d'un point à une courbe

Situation

Dans un repère orthonormal d'origine O , on considère une courbe \mathcal{C} représentative d'une fonction donnée.

Le but de l'exercice est d'étudier, si elle existe, la plus petite distance OM lorsque M parcourt \mathcal{C} et de caractériser un éventuel point M qui réalise ce minimum.

Compétences évaluées

- Tracer une courbe et la tangente en un point mobile de cette courbe.
 - Utiliser le coefficient directeur de la tangente en un point d'une courbe.
 - Étudier les variations d'une fonction.
 - Exprimer l'orthogonalité de deux vecteurs.
-

29 / 76

Problème d'optimisation

Situation

Quatre hameaux A, B, C et D sont situés aux sommets d'un carré.

On se propose de relier ces quatre hameaux par un réseau routier le plus court possible.

On s'intéresse à deux cas particuliers.

Compétences évaluées

- Utiliser un logiciel de géométrie pour construire une figure dans le plan.
 - Utiliser l'aspect dynamique du logiciel pour établir des conjectures.
 - Élaborer une stratégie permettant de déterminer le minimum d'une fonction définie géométriquement.
-

30 / 76

Intersection de tangentes

Situation

On se donne deux fonctions f et g et leurs représentations graphiques respectives \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g .
On étudie le lieu géométrique du point d'intersection des tangentes aux courbes \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g en deux points ayant la même abscisse.

Compétences évaluées

- Tracer la courbe représentative d'une fonction et sa tangente en un point donné.
 - Utiliser l'aspect dynamique pour faire des conjectures.
 - Mettre en place un protocole pour reconnaître le lieu géométrique d'un point.
 - Déterminer une équation d'une tangente à la courbe représentative d'une fonction.
 - Résoudre un système linéaire.
-

31 / 76

Suite et conjecture

Situation

On s'intéresse à des conjectures permises par l'observation des valeurs approchées des premiers termes d'une suite récurrente, fournies par une calculatrice ou un tableur.
L'étude de la même suite définie explicitement conduit à la remise en cause de ces conjectures.

Compétences évaluées

- Afficher les premiers termes d'une suite récurrente avec une calculatrice ou un tableur.
 - Afficher des valeurs approchées d'intégrales avec un outil adapté.
 - Émettre une conjecture relative à la convergence et au signe des termes d'une suite.
 - Encadrer une intégrale.
 - Appliquer un théorème de comparaison relatif à la convergence des suites.
 - Prendre l'initiative de mettre en œuvre un raisonnement par récurrence.
 - Proposer de façon pertinente une intégration par parties.
-

32 / 76

Volume d'un tétraèdre

Situation

On considère un cube $ABCDEFGH$ et K un point variable sur une demi-droite. On cherche une position du point K pour laquelle le volume du tétraèdre $BDGK$ remplit une condition donnée.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dans l'espace.
 - Émettre et tester des conjectures.
 - Calculer des longueurs, des aires et des volumes.
 - Utiliser la notion d'orthogonalité dans l'espace.
-

33 / 76

Recherche d'un point fixe

Situation

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC et un cercle de centre A .

Il s'agit d'étudier la position de la droite (MM') , où M est un point du cercle et M' son image par une certaine similitude.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Visualiser le lieu d'un point.
 - Caractériser une similitude plane.
 - Utiliser des triangles semblables et des angles inscrits.
-

34 / 76

Suites, approximation d'un réel

Situation

On considère deux suites numériques (a_n) et (b_n) définies par récurrence par la donnée de leurs premiers termes et de relations entre les termes a_{n+1} , b_{n+1} , a_n et b_n pour tout entier n .

On se propose d'étudier le comportement de ces deux suites.

Compétences évaluées

- Utiliser un tableur pour étudier des suites définies par récurrence.
 - Émettre et tester des conjectures.
 - Étudier les variations d'une suite.
 - Déterminer la limite d'une suite.
-

35 / 76

Étude d'un lieu géométrique

Situation

L'énoncé propose un programme de construction d'un triangle dont l'un des sommets est un point mobile d'un ensemble donné. Le problème consiste à étudier le lieu de certains points liés à la configuration.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre et tester des conjectures.
 - Utiliser les transformations géométriques usuelles.
 - Exploiter les propriétés du triangle rectangle.
-

36 / 76

Suites récurrentes

Situation

On considère deux suites définies par leurs premiers termes et une relation de récurrence du type :

$$\begin{cases} x_{n+1} = a x_n + b y_n \\ y_{n+1} = c x_n + d y_n \end{cases}$$

On étudie le comportement asymptotique de ces deux suites selon les valeurs initiales.

Compétences évaluées

- Utiliser un tableur pour calculer les premiers termes de deux suites.
 - Afficher un graphique représentant un nuage de points.
 - Reconnaître une suite arithmétique, géométrique.
 - Déterminer la limite d'une suite.
-

37 / 76

Aire maximale d'un triangle

Situation

On cherche à optimiser l'aire d'un triangle dont les sommets sont des points d'une courbe plane particulière.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre des conjectures.
 - Calculer une aire.
 - Étudier les variations d'une fonction.
-

38 / 76

Aire variable d'un triangle

Situation

À partir de la courbe représentative d'une fonction numérique, on définit un triangle variable dans le plan.

On cherche à optimiser l'aire de ce triangle. Pour ce faire, on propose d'utiliser un logiciel de géométrie afin d'étudier les variations de l'aire du triangle, puis de reprendre l'étude sur une base théorique.

Compétences évaluées

- Élaborer une stratégie de construction avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Utiliser l'aspect dynamique du logiciel pour établir des conjectures.
 - Calculer l'aire d'un triangle dont on connaît les coordonnées des sommets.
 - Étudier les variations et déterminer le maximum d'une fonction simple.
-

39 / 76

Recherche d'un lieu géométrique

Situation

Le but de ce sujet est la détermination d'une courbe définie comme lieu d'un point.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Utiliser la notion de médiatrice d'un segment.
 - Calculer la distance entre deux points du plan muni d'un repère orthonormal.
-

40 / 76

Optimisation en géométrie plane

Situation

On se propose, dans le plan muni d'un repère orthonormal, de déterminer la distance d'une courbe à une droite.

L'utilisation d'un logiciel de géométrie dynamique permet de formuler une conjecture qui sera ensuite démontrée.

Compétences évaluées

- Tracer au moyen d'un logiciel de géométrie des courbes définies par leur équation.
 - Construire l'image d'un point par une projection orthogonale.
 - Connaitre la définition de la projection orthogonale sur une droite dans le plan.
 - Caractériser la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction dérivable.
 - Exprimer, en repère orthonormal, la distance d'un point à une droite dans le plan.
 - Déterminer un extremum d'une fonction dérivable.
-

41 / 76

Extremum

Situation

On considère une fonction et sa courbe représentative.

Il s'agit de déterminer la position d'un point sur cette courbe qui optimise l'aire du domaine délimité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la tangente en ce point.

Compétences évaluées

- Réaliser des constructions et des mesures avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Émettre et tester des conjectures.
 - Faire le lien entre dérivée en un point et tangente à la courbe.
 - Élaborer une stratégie permettant de déterminer l'extremum d'une fonction.
-

42 / 76

Suites définies par récurrence

Situation

On considère les suites (x_n) et (y_n) définies par leurs valeurs initiales x_0, y_0 et des relations du type

$$x_{n+1} = f(x_n, y_n) \quad \text{et} \quad y_{n+1} = g(x_n, y_n) \quad \text{pour tout entier naturel } n.$$

On cherche à exprimer x_n et y_n en fonction de n . L'utilisation d'un logiciel permet de conjecturer un lien entre y_n et x_n puis la nature d'une suite définie à partir de (x_n) .

Compétences évaluées

- Afficher, au moyen d'un logiciel adapté, les premiers termes de suites définies par récurrence.
 - Représenter un nuage de points.
 - Conjecturer la nature d'une fonction à partir de points de sa représentation graphique.
 - Conduire un raisonnement par récurrence.
 - Caractériser et utiliser les suites géométriques.
-

43 / 76

Étude d'une suite récurrente

Situation

On considère une suite (u_n) définie par récurrence.

On se propose de déterminer l'expression de u_n en fonction de n à l'aide de deux suites auxiliaires. Le calcul des premiers termes de ces suites permet de formuler des conjectures qui seront ensuite démontrées.

Compétences évaluées

- Afficher, au moyen d'un tableur, les premiers termes d'une suite récurrente et de suites obtenues par des opérations algébriques simples sur les termes de suites déjà connues.
 - Utiliser les propriétés des suites arithmétiques et géométriques.
-

44 / 76

Lieu géométrique d'un barycentre dans l'espace

Situation

Il s'agit de rechercher le lieu du barycentre d'un système de points pondérés de l'espace en fonction de l'évolution d'un paramètre réel.

Compétences évaluées

- Construire une figure de l'espace avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Tester les conjectures émises.
 - Utiliser la notion de barycentre et ses propriétés.
 - Savoir repérer un point sur une droite.
 - Connaître la fonction inverse.
-

45 / 76

Simulation d'un tirage de boules dans des urnes

Situation

Étude d'un jeu basé sur le tirage de boules dans plusieurs urnes.

Compétences évaluées

- Utiliser les fonctions de test d'un tableur ou d'une calculatrice.
 - Faire varier la valeur d'une cellule de la feuille de calcul pour tester une hypothèse.
 - Simuler une expérience aléatoire à l'aide d'un tableur.
 - Calculer l'espérance mathématique d'une variable aléatoire.
-

46 / 76

Propriétés de la courbe représentative d'une fonction

Situation

Soit a un réel quelconque ; il s'agit d'étudier les propriétés de certaines droites passant par les points M et N , d'abscisses respectives a et $-a$, d'une courbe \mathcal{C} donnée.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Observer la position d'une droite variable.
 - Déterminer une équation de la tangente en un point à la courbe représentative d'une fonction dérivable.
-

47 / 76

Étude d'une situation géométrique avec les nombres complexes

Situation

Des logiciels adaptés permettent d'une part d'émettre des conjectures concernant une configuration géométrique et, d'autre part, de les prouver en effectuant des calculs sur des nombres complexes.

Compétences évaluées

- Réaliser une construction avec un logiciel de géométrie dynamique.
 - Établir l'expression complexe d'une rotation ou d'une similitude directe.
 - Exploiter des relations entre nombres complexes pour obtenir des propriétés d'une configuration géométrique.
 - Utiliser un logiciel de calcul formel.
-

48 / 76

Une propriété des diviseurs de certains entiers

Situation

Le recours à un logiciel adapté permet, afin de préparer une conjecture, de tester la primalité et de déterminer les diviseurs d'un entier.

Compétences évaluées

- Utiliser un logiciel adapté à des opérations arithmétiques simples portant sur des entiers.
 - Savoir trouver l'ensemble des diviseurs d'un entier décomposé en facteurs premiers.
 - Connaître les résultats élémentaires concernant les suites géométriques.
-

49 / 76

Déformations dans le plan complexe

Situation

Dans le plan complexe, il s'agit d'étudier une famille de quadrilatères dont les sommets sont définis comme des barycentres.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel.
 - Mener des calculs portant sur des affixes de points du plan.
 - Utiliser des barycentres.
 - Calculer des arguments à l'aide d'un logiciel de calcul formel.
 - Utiliser différentes simplifications d'écriture fournies par le logiciel pour comparer deux nombres.
 - Montrer par un calcul que deux droites sont perpendiculaires.
-

50 / 76

Étude d'une configuration dans le plan complexe

Situation

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal, on construit une figure à partir d'un point variable du cercle trigonométrique et on détermine le lieu d'un point de cette figure.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel.
 - Visualiser le lieu d'un point.
 - Traduire des propriétés géométriques avec des affixes.
 - Utiliser des similitudes du plan.
-

51 / 76

Étude d'un ensemble de points

Situation

Il s'agit d'étudier un ensemble de points dont les affixes sont définies par une relation de récurrence.

Compétences évaluées

- Utiliser un logiciel pour effectuer des calculs dans \mathbb{C} .
 - Représenter graphiquement un nuage de points.
 - Utiliser des similitudes du plan.
 - Obtenir une liste de plusieurs termes d'une suite, et reconnaître le type de cette suite.
-

52 / 76

Étude d'une suite de nombres complexes

Situation

Il s'agit de calculer certaines sommes de termes consécutifs d'une suite de nombres complexes, définie par récurrence.

Compétences évaluées

- Définir une suite par récurrence dans un logiciel de calcul formel.
 - Calculer des termes et une somme de termes de cette suite.
 - Tester la parité d'un nombre entier.
 - Calculer sur les nombres complexes.
 - Utiliser la division euclidienne dans le logiciel choisi.
 - Émettre et vérifier une conjecture.
-

53 / 76

Les nombres de Fermat

Situation

L'objectif est de démontrer une propriété arithmétique vérifiée par les célèbres nombres de Fermat.

Compétences évaluées

- Utiliser des itérations avec un logiciel de calcul formel.
 - Raisonner par récurrence.
 - Utiliser des propriétés du PGCD.
 - Étudier la divisibilité dans \mathbb{N} .
-

54 / 76

Équation avec un paramètre

Situation

Il s'agit, dans cet exercice, d'étudier les solutions d'une équation dépendant d'un paramètre, et d'observer leur comportement, en fonction de ce paramètre.

Compétences évaluées

- Représenter graphiquement une fonction dépendant d'un paramètre.
 - Utiliser le logiciel, pour émettre des conjectures.
 - Exprimer les solutions d'une équation en fonction d'un paramètre.
 - Mettre en œuvre les notions du programme sur les suites.
-

55 / 76

Loi de probabilité

Situation

Il s'agit de retrouver dans un cas particulier certaines des propriétés d'une variable aléatoire suivant une loi classique.

Compétences évaluées

- Représenter graphiquement une fonction dépendant d'un paramètre.
 - Associer calcul d'aire et probabilité.
 - Utiliser le calcul des probabilités conditionnelles.
-

56 / 76

Déplacement aléatoire sur un damier

Situation

Sur un damier est placé un pion dont les mouvements sont régis par une règle donnée.

Il s'agit de modéliser cette situation puis de la simuler à l'aide du tableur et enfin de calculer diverses probabilités associées.

Compétences évaluées

- Réaliser une simulation adaptée à la situation avec un outil numérique.
 - Émettre des conjectures à partir de fréquences observées.
 - Calculer des probabilités.
-

57 / 76

Suite et calcul d'aire

Situation

L'objet de cet exercice est l'étude du comportement d'une suite particulière, définie par une formule sommatoire.

Compétences évaluées

- Traitement d'une formule sommatoire avec un outil numérique adapté.
 - Conjecturer certaines propriétés d'une suite.
 - Encadrer une aire par la méthode des rectangles.
-

58 / 76

Limites d'intégrales

Situation

Le sujet propose d'étudier la convergence d'une suite dont le terme général est défini à l'aide d'une intégrale.

Il s'appuie à la fois sur les aspects graphiques et analytiques.

Compétences évaluées

- Représenter graphiquement une famille de fonctions.
 - Donner une estimation d'une aire à l'aide du logiciel utilisé.
 - Calculer l'intégrale d'une fonction.
 - Calculer une limite de suite.
-

59 / 76

Divisibilité par 2, 3, 7 et 13 de certains entiers naturels

Situation

Ce sujet propose d'étudier la divisibilité par 2, 3, 7 et 13 d'une suite de nombre entiers.

Compétences évaluées

- Savoir utiliser un tableur.
 - Émettre des conjectures.
 - Savoir utiliser le théorème de Gauss.
-

60 / 76

Marche aléatoire

Situation

On se propose d'étudier le mouvement d'un pion sur un ensemble fini de cases suivant certaines règles et à partir d'un lancer répété d'une pièce.

Compétences évaluées

- Simuler une expérience aléatoire.
 - Tirer des nombres au hasard.
 - Calculer des probabilités à l'aide d'un schéma de Bernoulli.
-

61 / 76

PGCD

Situation

Il s'agit de déterminer des valeurs de n , si elles existent, solutions d'un système non linéaire où intervient la notion de *PGCD*.

Compétences évaluées

- Savoir utiliser un tableur ou un logiciel de calcul formel.
 - Émettre des conjectures.
 - Utiliser les propriétés du *PGCD*.
-

62 / 76

Nombres premiers et nombres composés

Situation

Il s'agit de démontrer l'existence de nombres entiers vérifiant une condition donnée, puis que ces nombres sont en quantité infinie.

Compétences évaluées

- Savoir utiliser un logiciel de calcul formel.
 - Savoir écrire une procédure.
 - Émettre des conjectures.
 - Reasonner par l'absurde.
-

63 / 76

Un ensemble de points du plan construit à l'aide de deux suites

Situation

Deux suites (x_n) et (y_n) sont définies par des conditions initiales et par des relations de récurrence. Dans un repère orthonormal, on considère le point M_n de coordonnées (x_n, y_n) . L'objectif est d'observer et d'étudier le nuage des points M_n obtenus.

Compétences évaluées

- Représenter des points, donnés par leur coordonnées, à l'aide d'un logiciel de géométrie, d'un tableur ou de tout autre logiciel adapté.
 - Déterminer des éléments caractéristiques d'une similitude plane directe.
 - Mener des calculs algébriques sur les nombres complexes.
-

64 / 76

Suites et fonctions

Situation

Il s'agit d'étudier la convergence de deux suites solutions d'une équation du type $f_n(x) = 0$.

Compétences évaluées

- Savoir utiliser un logiciel de géométrie permettant de tracer des courbes de fonctions.
 - Émettre des conjectures.
 - Savoir utiliser le théorème de la bijection.
 - Savoir utiliser les théorèmes sur les suites monotones bornées.
-

65 / 76

Étude de la courbe représentative d'une fonction

Situation

Il s'agit d'étudier une propriété géométrique de la représentation graphique d'une certaine fonction f .

Compétences évaluées

- Représenter graphiquement une fonction à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Construire un lieu géométrique.
 - Savoir déterminer l'expression d'une fonction composée.
 - Reconnaître une bijection réciproque.
-

66 / 76

Recherche d'une stratégie de jeu

Situation

L'objectif de l'exercice est de comparer, du point de vue de la probabilité de gagner, deux stratégies de tirages successifs dans plusieurs urnes.

Compétences évaluées

- Simuler une expérience aléatoire.
 - Calculer des probabilités.
 - Émettre une conjecture et la confronter au résultat théorique.
-

67 / 76

Section plane d'un tétraèdre

Situation

L'exercice consiste à étudier la position d'une section plane d'un tétraèdre par rapport à une arête et d'en déterminer une équation cartésienne.

Compétences évaluées

- Réaliser une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique dans l'espace.
 - Réaliser des affichages adaptés aux différentes constructions demandées.
 - Observer une figure de l'espace sous différents angles.
 - Calculer la distance entre deux points de l'espace muni d'un repère orthonormal.
 - Maîtriser la notion d'équation de plan dans l'espace.
-

68 / 76

Étude d'une figure du plan

Situation

L'objectif de l'exercice consiste à étudier une configuration géométrique plane à l'aide de similitudes directes.

Compétences évaluées

- Construire une figure à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Visualiser un lieu de points et émettre une conjecture sur sa nature.
 - Utiliser des notions de géométrie élémentaire dans le plan : centre de gravité, longueur de la hauteur d'un triangle équilatéral,...
 - Connaître les propriétés des similitudes (notamment, leurs composées).
-

69 / 76

Étude de lieux

Situation

Dans le plan complexe, on considère un triangle rectangle isocèle et son cercle circonscrit. On considère deux points définis à partir d'un point variable sur le cercle. L'objectif est d'établir le lieu de ces points et d'étudier certains éléments de cette figure.

Compétences évaluées

- Construire une figure avec un logiciel.
 - Visualiser un lieu et émettre une conjecture sur sa nature.
 - Reconnaître et utiliser une similitude.
 - Calculer l'aire d'un triangle.
-

70 / 76

Équation d'un lieu

Situation

Dans un repère orthonormal, on considère la courbe représentative d'une fonction. On désigne par M un point de cette courbe et par (\mathcal{T}) la tangente à cette courbe en M . Il s'agit d'étudier le lieu géométrique d'un point appartenant à une configuration simple.

Compétences évaluées

- Construire une figure avec un logiciel.
 - Visualiser un lieu et émettre une conjecture sur sa nature.
 - Utiliser des techniques de géométrie analytique.
-

71 / 76

Des suites de 0 et de 1

Situation

On lance un certain nombre de fois une pièce de monnaie bien équilibrée dont les faces sont repérées par les chiffres 0 et 1.

Le but de l'exercice est d'obtenir la probabilité de divers événements liés à cette expérience.

Compétences évaluées

- Simuler une expérience aléatoire.
 - Calculer des probabilités à l'aide des lois usuelles.
-

72 / 76

Suites définies conjointement

Situation

Le sujet propose d'étudier diverses suites définies « conjointement ». Le candidat est invité à conjecturer la convergence de ces suites dans divers cas et à étudier leur nature. Il doit ensuite démontrer certaines de ces conjectures.

Compétences évaluées

- Afficher, au moyen d'un tableur, les premiers termes de suites obtenues par des opérations algébriques simples sur les termes de suites déjà connues.
 - Émettre et tester des conjectures.
 - Connaître les propriétés des suites arithmétiques et géométriques.
 - Savoir étudier la convergence d'une suite.
-

73 / 76

Étude d'un ensemble de points du plan construit à l'aide de deux suites

Situation

Deux suites (x_n) et (y_n) sont définies conjointement. Dans un repère orthonormal, on considère le point M_n de coordonnées $(x_n; y_n)$. L'objectif est de construire et d'étudier le nuage des points M_n obtenus.

Compétences évaluées

- Représenter des points, donnés par leurs coordonnées, à l'aide d'un logiciel adapté.
 - Utiliser les possibilités du logiciel pour vérifier une conjecture.
 - Reconnaître et utiliser l'expression complexe d'une transformation.
-

74 / 76

Étude d'un lieu géométrique

Situation

Dans le plan orienté, un point M décrit un cercle. Une configuration géométrique varie avec le point M . À l'aide de transformations bien choisies, on recherche le lieu de points associés à M dans la configuration.

Compétences évaluées

- Construire une figure plane à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.
 - Visualiser le lieu d'un point.
 - Reconnaître des transformations usuelles dans une configuration.
 - Connaître les propriétés des translations et des rotations.
-

75 / 76

Cryptage et décryptage d'un message

Situation

Le but de cet exercice est le cryptage et décryptage d'un message utilisant le « chiffrement à clef secrète ». On utilisera le codage informatique des lettres avec le code ASCII et un langage de programmation capable de traiter des nombres entiers et des caractères.

Compétences évaluées

- Utiliser quelques fonctions d'un langage de programmation (reste d'une division euclidienne, etc.).
 - Remplir un tableau à une dimension avec des valeurs entières ou des caractères.
 - Utiliser les propriétés sur les congruences, la division euclidienne, les nombres premiers entre eux.
-

76 / 76