

## MATHÉMATIQUES

### Nombres et calculs

## Utiliser le calcul littéral

### Un exemple de question à prise d'initiative Les carrés bordés

#### ATTENDUS DE FIN DE CYCLE ; CONNAISSANCES ET COMPÉTENCES ASSOCIÉES

Utiliser le calcul littéral.

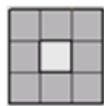
- Utiliser le calcul littéral pour prouver un résultat général, pour valider ou réfuter une conjecture.

#### COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

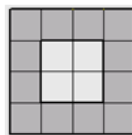
Chercher, représenter, raisonner, calculer, communiquer

### Énoncé

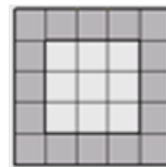
Pierre joue avec des carreaux de mosaïque. Il dispose ses carreaux gris autour de différents carrés formés de carreaux blancs. En voici quatre.



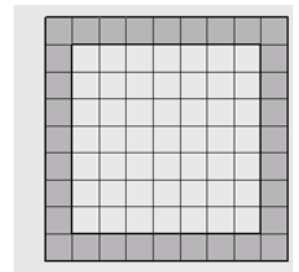
Carré Taille 1



Carré Taille 2



Carré Taille 3



Carré Taille 7

1. Combien y a-t-il de carreaux gris entourant le carré blanc de taille 1 ? Celui de taille 2 ? Celui de taille 3 ?
2. Produire un calcul qui donne le nombre de carreaux gris entourant un carré blanc de taille 7, puis de taille 56.
3. Expliquer par une phrase ou par un programme de calcul comment on peut calculer le nombre de carreaux entourant un carré de n'importe quelle taille.
4. Si on double le côté du carré blanc, double-t-on le nombre de carrés gris de la bordure ? Toujours ? Jamais ? Dans certains cas ? Si oui, lesquels ?
5. Peut-on obtenir des bordures de 100, 150, 200, 250 carreaux ?
6. Etant donné un nombre de carreaux gris, peut-on savoir s'il correspond au nombre exact de carreaux d'une bordure ?

## Pistes pédagogiques

Les questions 1) et 2) peuvent être proposées dès la classe de 5e, la question 2) étant un travail numérique permettant l'anticipation de l'introduction d'une lettre.

La suite de l'activité peut être soumise aux élèves à partir de la classe de 4e.

Dès le carré blanc de taille 7, les élèves vont être conduits à remplacer le simple comptage par des stratégies de dénombrement qui donneront lieu aux généralisations.

La question 3) vise à produire des formules (aspect fonctionnel du calcul formel par opposition avec la mise en équation) correspondant à différentes stratégies de dénombrement. La variété des formules produites au sein de la classe crée le besoin de s'assurer de leur validité en transformant leurs écritures à partir de la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Si  $n$  désigne la taille du carré blanc et  $N$  le nombre de carreaux gris, citons, parmi les formules possibles :

- $N = 4n + 4$  ;
- $N = 2n + 2(n + 2)$  ;
- $N = 2(n + 1) + n + n + 2$  ;
- et en classe de 3e  $N = (n + 2)^2 - n^2$ .

Cette situation offre des possibilités de différenciation (destinée aux élèves les plus rapides), par exemple en utilisant l'une ou l'autre des deux figures de base ci-dessous :

