



# Mathématiques expertes

Terminale de la voie générale



# QU'EST CE QUE C'EST?

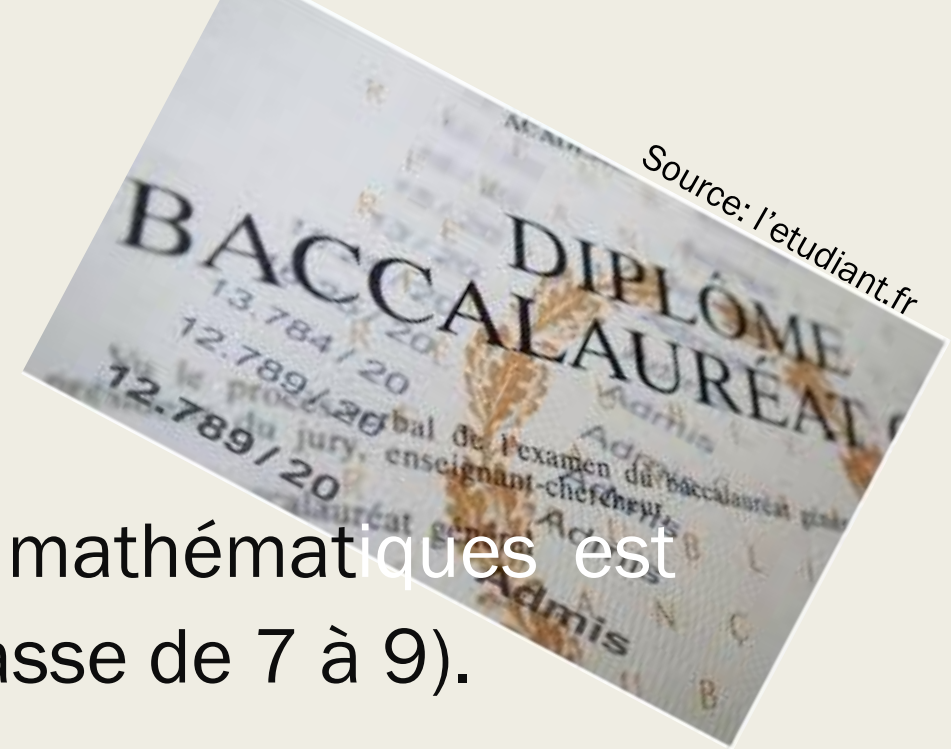
- ❖ Option réservée aux élèves ayant choisi la spécialité mathématiques en terminale.
- ❖ 3 heures par semaine
- ❖ Fusion entre les spécialités mathématiques actuelles de terminale S et ES

# POURQUOI CHOISIR CETTE OPTION?

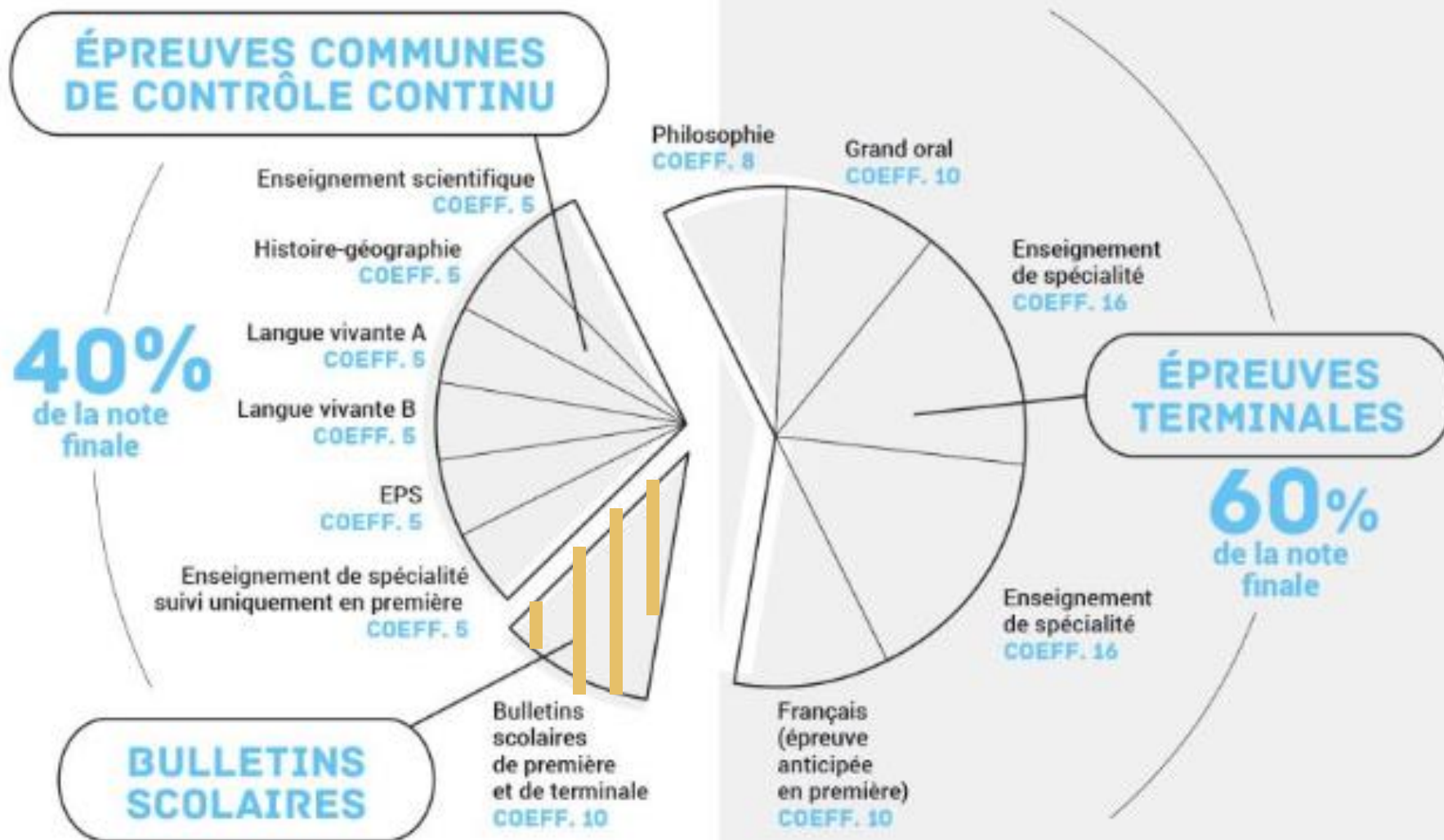
- ❖ Option destinée aux élèves « qui ont un goût affirmé pour les mathématiques » et qui souhaitent consolider leurs acquis.
- ❖ Pour ceux qui envisagent des études où les mathématiques occupent une place importante (classe préparatoires).
- ❖ Étudier des problèmes concrets.

# COMMENT EST-CE ÉVALUÉ AU BAC?

- ❖ Jusqu'en 2020, le coefficient en mathématiques est majoré de 2 points (le coefficient passe de 7 à 9).
- ❖ Un exercice spécifique pour les élèves ayant choisi la spécialité.
- ❖ Dans le nouveau bac 2021, cette option entre dans le cadre des 10% au titre du contrôle continu.



# LES ÉPREUVES DU NOUVEAU BACCALAURÉAT GÉNÉRAL



# TROIS GRANDS DOMAINES:

- Arithmétique
- Matrices et graphes
- Les nombres complexes

## PRÉCONISATIONS

- Utilisation du numérique: calculatrice, tableur logiciel
- Ne pas négliger le calcul littéral (poursuite des automatismes)
- Phases de recherche individuelle ou en équipe
- Problèmes intérieurs aux mathématiques ou issus d'autres disciplines ou du monde réel, allant « de l'application la plus directe au thème d'étude ».

❑ C'est une nouveauté par rapport au programme de spécialité qui était en vigueur jusqu'à 2020.

❖ Point de vue algébrique:

- Règles de calcul, inverse, conjugué;
- Équations faisant intervenir  $Z$  et  $\bar{Z}$ ;
- Formule du binôme

❖ Point de vue géométrique

- Module, argument et leur interprétation et leurs propriétés;
- forme trigonométrique;
- Ensemble  $U$  des nombres complexes de module 1, stabilité de cet ensemble par produit et inverse.
- Passage d'une forme à l'autre;
- Étude des configurations planes à l'aide des complexes;
- Expression de l'orthogonalité et de alignement.



## LES NOMBRES COMPLEXES

- Point de vue algébrique
- Point de vue géométrique
- Point de vue trigonométrique

## ❖ Point de vue trigonométrique:

- Forme exponentielle;
- Les formules d'Euler et de Moivre figurent dans le programme (intégration, suite).
- Équations polynomiales: factorisation par  $z - a$ ,  $a$  étant une racine; un polynôme de degré  $n$  admet au plus  $n$  racines.
- Racine nièmes de l'unité: description, représentation géométrique (cas  $n = 2, 3, 4$ ) – *polygones réguliers*.



# LES NOMBRES COMPLEXES

- Point de vue trigonométrique





## ARITHMÉTIQUE

- Divisibilité – Division euclidienne
- Congruence
- Théorème de Bézout, théorème de Gauss
- Nombres premiers

### ❖ Divisibilité – Division euclidienne

- Divisibilité dans  $\mathbb{Z}$  - propriétés
- Division euclidienne
- Diviseurs communs à deux entiers

### ❖ Congruence

- Congruence dans  $\mathbb{Z}$
- Propriétés

### ❖ Théorème de Bézout et de Gauss

- Algorithme d'Euclide
- PGCD
- Nombres premiers
- Théorème de Bézout et de Gauss

### ➤ Nombres premiers

- Décomposition en facteurs premiers.



- Problèmes de calendrier
- Calendrier perpétuel: « retrouvez votre jour de naissance » <http://actu63.free.fr/perpetuel.htm>
- Systèmes de numération (ex: en base 8).
- Équations diophantiennes
- Résolution d'une équation de congruence:  $ax \equiv b[n]$
- Problèmes de codage (code ISBN, Clé de contrôle d'un numéro SS, d'un numéro de compte bancaire, ...)
- Cryptographie (chiffrement affine, Hill, RSA, ...)
- Triplets pythagoriciens....

## ARITHMÉTIQUE

- Quelques thèmes

## ❖ Matrices:

- Tableau de nombre, matrices ligne, matrice colonne, format, matrices carrées, matrices diagonales, matrices inversible, matrice nulle, matrice identité.
- Opérations sur les matrices
- Savoir inverser une matrice  $2 \times 2$
- Savoir inverser une matrice d'ordre supérieur ou égal à trois avec un outil numérique.
- Puissance d'une matrice; récurrence



## MATRICES ET GRAPHES

- Opérations sur les matrices
- Inverser une matrice avec la calculatrice
- Puissance de matrice

## ❖ Problèmes:

- Économie: part de marché, production.....;
- Pertinence d'une page Web;
- Géométrie: traitement de l'image;
- Résolution de systèmes;
- Chiffrement de Hill (matrice de décodage);
- Suites de matrices;  $U_{n+1} = AU_n + B$ ;
- Marches aléatoires;
- Problèmes de flux, de réseaux;
- Problèmes liés à la circulation, plan de métro, bus...



## MATRICES ET GRAPHES

- Thèmes de travail

## ❖ Graphes:

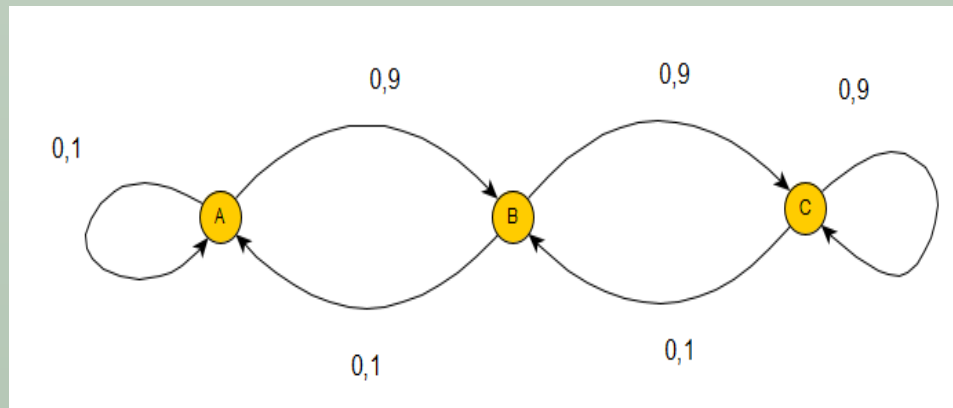
- Graphe, sommet, arête, ordre d'un graphe, degré d'un sommet, graphe complet.
- Sommets adjacents, longueur d'une chaîne, graphe connexe,
- Matrice de transition
- Graphe orienté.
- Graphe pondéré

❖ Chaines de Markov à deux ou trois états: état initial, matrice de transition, graphe probabiliste, distribution invariante.



# MATRICES ET GRAPHES

- Système de bonus malus à trois niveaux: niveau A à 455 euros, niveau B à 364 euros et niveau C à 273 euros.
- Si l'automobiliste est responsable d'un accident, il passe au tarif supérieur sauf s'il y est déjà;
- S'il n'est pas responsable d'accident il passe au tarif inférieur sauf s'il y est déjà;
- La probabilité que l'assuré soit responsable d'un accident est de 0,1
- Le graphe associé à cette situation est:



○ État initial  $P_0 = (0,3; 0,5; 0,2)$  correspondant à l'année 0.

○  $P_n = (a_n; b_n; c_n)$  répartition l'année  $n$ .

$$\circ \begin{cases} a_{n+1} = 0,1a_n + 0,1b_n \\ b_{n+1} = 0,9a_n + 0,1c_n \\ c_{n+1} = 0,9b_n + 0,9c_n \end{cases} \implies \text{Conjecture}$$

○  $T = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,9 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,9 \\ 0 & 0,1 & 0,9 \end{pmatrix}$  (Transposée de la matrice associée au système)  $P_{n+1} = P_n T$

○  $P_n = P_0 T^n$  (récurrence)

○ Répartition stable  $P = (a \quad b \quad c)$  telle que  $PT = P$   
(avec  $a + b + c = 1$ )