

Espace et géométrie

À l'articulation de l'école primaire et du collège, le cycle 3 constitue une étape importante dans l'approche des concepts géométriques. Prolongeant le travail amorcé au cycle 2, les activités permettent aux élèves de passer progressivement d'une géométrie où les objets (le carré, la droite, le cube, etc.) et leurs propriétés sont contrôlés par la perception à une géométrie où ils le sont par le recours à des instruments, par l'explicitation de propriétés pour aller ensuite vers une géométrie dont la validation ne s'appuie que sur le raisonnement et l'argumentation. Différentes caractérisations d'un même objet ou d'une même notion s'enrichissant mutuellement permettent aux élèves de passer du regard ordinaire porté sur un dessin au regard géométrique porté sur une figure.

Les situations faisant appel à différents types de tâches (reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire, reproduire, représenter, construire) portant sur des objets géométriques, sont privilégiées afin de faire émerger des concepts géométriques (caractérisations et propriétés des objets, relations entre les objets) et de les enrichir. Un jeu sur les contraintes de la situation, sur les supports et les instruments mis à disposition des élèves, permet une évolution des procédures de traitement des problèmes et un enrichissement des connaissances

Les professeurs veillent à utiliser un langage précis et adapté pour décrire les actions et les gestes réalisés par les élèves (pliages, tracés à main levée ou avec utilisation de gabarits et d'instruments usuels ou lors de l'utilisation de logiciels). Ceux-ci sont progressivement encouragés à utiliser ce langage.

Les activités spatiales et géométriques sont à mettre en lien avec les deux autres thèmes : résoudre dans un autre cadre des problèmes relevant de la proportionnalité ; utiliser en situation les grandeurs (géométriques) et leur mesure. Par ailleurs, elles constituent des moments privilégiés pour une première initiation à la programmation notamment à travers la programmation de déplacements ou de construction de figures.

Attendus de fin de cycle

- (Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations.
- Reconnaître, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire des figures et solides usuels.
- Reconnaître et utiliser quelques relations géométriques (notions d'alignement, d'appartenance, de perpendicularité, de parallélisme, d'égalité de longueurs, d'égalité d'angle, de distance entre deux points, de symétrie, d'agrandissement et de réduction).

Connaissances et compétences associées	Exemples de situations, d'activités et de ressources pour l'élève
(Se) repérer et (se) déplacer dans l'espace en utilisant ou en élaborant des représentations	
<p>Se repérer, décrire ou exécuter des déplacements, sur un plan ou sur une carte. Accomplir, décrire, coder des déplacements dans des espaces familiers. Programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Vocabulaire permettant de définir des positions et des déplacements. • Divers modes de représentation de l'espace. 	<p>Situations donnant lieu à des repérages dans l'espace ou à la description, au codage ou au décodage de déplacements.</p> <p>Travailler :</p> <ul style="list-style-type: none"> - dans des espaces de travail de tailles différentes (la feuille de papier, la cour de récréation, le quartier, la ville, etc.) ; - à partir de plans schématiques (par exemple, chercher l'itinéraire le plus court ou demandant le moins de correspondances sur un plan de métro ou d'autobus) ; - avec de nouvelles ressources comme les systèmes d'information géographique, des logiciels d'initiation à la programmation...
Reconnaitre, nommer, décrire, reproduire, représenter, construire quelques solides et figures géométriques	
<p>Reconnaitre, nommer, comparer, vérifier, décrire :</p> <ul style="list-style-type: none"> - des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) ; - des solides simples ou des assemblages de solides simples <p>à partir de certaines de leurs propriétés.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Figures planes et solides, premières caractérisations : • triangles dont les triangles particuliers (triangle rectangle, triangle isocèle, triangle équilatéral) ; • quadrilatères dont les quadrilatères particuliers (carré, rectangle, losange, première approche du parallélogramme) ; • cercle (comme ensemble des points situés à une distance donnée d'un point donné). • Vocabulaire approprié pour nommer les solides : pavé droit, cube, prisme droit, pyramide régulière, cylindre, cône, boule. 	<p>Situations de reproduction ou de construction mobilisant des gestes élémentaires de mesurage et de tracé et des connaissances sur les figures usuelles</p> <p>Reproduire (à l'échelle ou non) une figure à partir d'un modèle et d'éléments déjà tracés.</p> <p>Utiliser des représentations planes de solides (patrons, perspectives, vues de face, de côté, de dessus, ...) et représenter des figures planes en traçant des figures à main levée.</p> <p>Les éléments de vocabulaire associés aux objets et à leurs propriétés (solide, polyèdre, face, arête, polygone, côté, sommet, angle, demi droite, segment, cercle, rayon, diamètre, milieu, médiatrice, hauteur, etc.) sont introduits et utilisés en contexte pour en préciser le sens : jeu du portrait, échange de messages, jeux d'associations (figures, désignations, propriétés, représentations).</p>

<p>Reproduire, représenter, construire :</p> <ul style="list-style-type: none"> - des figures simples ou complexes (assemblages de figures simples) - des solides simples ou des assemblages de solides simples sous forme de maquettes ou de dessins ou à partir d'un patron (donné, dans le cas d'un prisme ou d'une pyramide, ou à construire dans le cas d'un pavé droit). 	
<p>Réaliser, compléter et rédiger un programme de construction.</p> <p>Réaliser une figure simple ou une figure composée de figures simples à l'aide d'un logiciel.</p>	
Reconnaitre et utiliser quelques relations géométriques	
<p>Effectuer des tracés correspondant à des relations de perpendicularité ou de parallélisme de droites et de segments.</p> <p>Déterminer le plus court chemin entre deux points (en lien avec la notion d'alignement).</p> <p>Déterminer le plus court chemin entre un point et une droite ou entre deux droites parallèles (en lien avec la perpendicularité).</p> <ul style="list-style-type: none"> • Alignement, appartenance. • Perpendicularité, parallélisme (construction de droites parallèles, lien avec la propriété reliant droites parallèles et perpendiculaires). • Egalité de longueurs. • Egalité d'angles. • Distance entre deux points, entre un point et une droite. 	<p>Situations conduisant les élèves à utiliser des techniques qui évoluent en fonction des supports et des instruments choisis ; par exemple pour la symétrie axiale, passer du pliage ou de l'utilisation de papier calque à la construction du symétrique d'un point par rapport à une droite à l'équerre ou au compas.</p> <p>Exemples d'instruments : règle graduée, équerre, compas, gabarits d'angles, bandes de papier, papier calque.</p> <p>Exemples de supports variés : géoplans, papier quadrillé, papier pointé, papier uni.</p> <p>Exemples de matériels : papier/crayon, logiciels de géométrie dynamique, d'initiation à la programmation, logiciels de visualisation de cartes, de plans.</p>
<p>Compléter une figure par symétrie axiale.</p> <p>Construire la figure symétrique d'une figure donnée par rapport à un axe donné que l'axe de symétrie coupe ou non la figure, construire le symétrique d'une droite, d'un segment, d'un point par rapport à un axe donné.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Figure symétrique, axe de symétrie d'une figure, figures symétriques par rapport à un axe. • Propriétés de conservation de la symétrie axiale. • Médiatrice d'un segment. 	

<p>Proportionnalité Reproduire une figure en respectant une échelle.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Agrandissement ou réduction d'une figure. 	<p>Reproduire une figure à partir d'un modèle (l'échelle pouvant être donnée par des éléments déjà tracés).</p>
---	---

Repères de progressivité

Il est possible, lors de la résolution de problèmes, d'aller avec certains élèves ou avec toute la classe au-delà des repères de progressivité identifiés pour chaque niveau.

Les apprentissages spatiaux : Dans la continuité du cycle 2 et tout au long du cycle, les apprentissages spatiaux se réalisent à partir de problèmes de repérage de déplacement d'objets, d'élaboration de représentation dans des espaces réels, matérialisés (plans, cartes...) ou numériques.

Les apprentissages géométriques : Ces apprentissages développent la connaissance de figures planes, de solides mais aussi de relations entre objets et de propriétés des objets. Le parallélogramme ne fait l'objet que d'une première fréquentation en 6^{ème} et est notamment l'occasion d'un retour sur la notion de parallélisme. Le choix des objets considérés et des relations et propriétés à prendre en compte, les contraintes sur les instruments à utiliser, les gestes à réaliser, les justifications et moyens de validation acceptés permettent d'organiser la progressivité des apprentissages et d'enrichir les procédures de résolution des élèves. Ainsi, ce ne sont pas seulement les tâches qui évoluent d'un niveau à l'autre mais les procédures pour réaliser ces tâches.

La progressivité s'organise en prenant en compte :

- *les gestes de géométrie* : certaines compétences de construction, comme tracer un segment d'une longueur donnée ou reporter la longueur d'un segment (CM1-CM2) ou encore reproduire un angle (6^{ème}) sont menées conjointement avec les apprentissages du domaine « grandeurs et mesures »,
- *l'évolution des procédures et de la qualité des connaissances mobilisées* : ainsi, l'élève doit tout d'abord savoir reconnaître un carré en prenant en compte la perpendicularité et l'égalité des mesures des côtés (CM1-CM2) puis progressivement de montrer qu'il s'agit d'un carré à partir des propriétés de ses diagonales ou de ses axes de symétrie (6^{ème}),
- *les objets géométriques fréquentés*,
- *la maîtrise de nouvelles techniques de tracé* (par rapport au cycle 2).

Le raisonnement : A partir du CM2, on amène les élèves à dépasser la dimension perceptive et instrumentée pour raisonner uniquement sur les propriétés et les relations. Par exemple, l'usage de la règle et du compas pour tracer un triangle, connaissant la longueur de ses côtés, mobilise la connaissance des propriétés du triangle et de la définition du cercle. Il s'agit de conduire sans formalisme des raisonnements simples utilisant les propriétés des figures usuelles ou de la symétrie axiale. Un vocabulaire spécifique est employé dès le début du cycle pour désigner des objets, des relations et des propriétés.

Vocabulaire et notations : Au primaire, lorsque les points seront désignés par des lettres, les professeurs veilleront à toujours préciser explicitement l'objet dont il parle : « le point A », « le segment [AB] », « le triangle ABC », etc. Aucune maîtrise n'est attendue des élèves pour ce qui est des codages usuels (parenthèses ou crochets) avant la dernière année du cycle. Le vocabulaire et les

notations nouvelles (, $[AB]$, (AB) , $[AB)$, $AB,$) sont introduits au fur et à mesure de leur utilité, et non au départ d'un apprentissage.

Les instruments : Au primaire, les élèves auront recours à différentes règles (graduées ou non, de diverses tailles), à des gabarits, à l'équerre, au compas. Ils commenceront à utiliser le rapporteur au collège.

Symétrie axiale : Un travail préalable sur les figures permet d'illustrer l'aspect global de la symétrie plutôt que de procéder de façon détaillée (par le point, le segment, la droite). Pour construire ou compléter des figures planes par symétrie, différentes procédures seront abordées au cours du cycle. Elles évoluent et s'enrichissent par un jeu sur les figures, sur les instruments à disposition et par l'emploi de supports variés.

Initiation à la programmation : Une initiation à la programmation est faite à l'occasion notamment d'activités de repérage ou de déplacement (programmer les déplacements d'un robot ou ceux d'un personnage sur un écran), ou d'activités géométriques (construction de figures simples ou de figures composées de figures simples). Au CM1, on réserve l'usage de logiciels de géométrie dynamique à des fins d'apprentissage manipulatoires (à travers la visualisation de constructions instrumentées) et de validation des constructions de figures planes. À partir du CM2, leur usage progressif pour effectuer des constructions, familiarise les élèves avec les représentations en perspective cavalière et avec la notion de conservation des propriétés lors de certaines transformations.

Repères de progressivité : le cas particulier de la proportionnalité

La proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines « nombres et calculs », « grandeurs et mesures » et « espace et géométrie ».

En CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples (« si j'ai deux fois, trois fois... plus d'invités, il me faudra deux fois, trois fois... plus d'ingrédients » ; « si 6 stylos coutent 10 euros et 3 stylos coutent 5 euros, alors 9 stylos coutent 15 euros »). Les procédures du type passage par l'unité ou calcul du coefficient de proportionnalité sont mobilisées progressivement sur des problèmes le nécessitant et en fonction des nombres (entiers ou décimaux) choisis dans l'énoncé ou intervenant dans les calculs. A partir du CM2, des situations impliquant des échelles ou des vitesses constantes peuvent être rencontrées. Le sens de l'expression « ...% de » apparaît en milieu de cycle. Il s'agit de savoir l'utiliser dans des cas simples (50 %, 25 %, 75 %, 10 %) o. aucune technique n'est nécessaire, en lien avec les fractions d'une quantité. En fin de cycle, l'application d'un taux de pourcentage est un attendu.