

Cléomède, Le mouvement circulaire des corps célestes, (I, 10 1-5 Ziegler) dans la traduction de Germaine Aujac (Eratosthène de Cyrène, le pionnier de la géographie, éd. du C.H.T.S).

1. Sur la grandeur de la terre, il y a eu plusieurs estimations de la part des physiciens; les meilleures de toutes sont celle d'Eratosthène et celle de Poseidonios; la première use d'un procédé géométrique pour démontrer la grandeur de la terre; celle de Poseidonios est plus simple. L'un et l'autre posent certaines hypothèses et, par les conséquences qu'ils tirent de ces hypothèses, mènent les démonstrations à leur terme.

Nous allons parler d'abord de l'estimation de Poseidonios.

2. D'après lui, Rhodes et Alexandrie sont situés sous le même méridien¹. Les méridiens sont les cercles passant par les pôles du monde et le point situé au-dessus de la tête de n'importe quel habitant de la terre. Or les pôles sont les mêmes pour tous, mais le point situé au dessus de la tête est différent d'un individu à l'autre; de là vient qu'on peut décrire une infinité de méridiens.

Donc Rhodes et Alexandrie sont situés sous le même méridien, et la distance entre les deux villes est apparemment de 5000 stades. Supposons qu'il en soit ainsi. Tous les méridiens sont des grands cercles de l'univers: ils coupent en deux parties égales l'univers et passent par ses pôles. Ces hypothèses une fois admises, Poseidonios poursuit en divisant le zodiaque, qui est égal aux méridiens puisqu'il coupe lui aussi en deux parties égales l'univers, en 48 sections, en divisant par 4 chacune des dodécatémoies². Si donc le méridien qui passe par Rhodes et Alexandrie est divisé en 48 parties comme le zodiaque, les sections en sont égales aux susdites sections du zodiaque: car lorsque des grandeurs égales sont divisées en un nombre égal de sections, nécessairement les sections des grandeurs divisées sont égales entre elles. Cela admis, Poseidonios poursuit en disant qu'il y a vers le midi une étoile très brillante nommée Canope, placée à peu près sur le gouvernail d'Argo. Cette étoile en Grèce est totalement invisible et c'est pourquoi Aratos dans ses *Phénomènes* ne la cite pas. Mais quand on descend du nord vers le midi, on commence à la voir à Rhodes; à peine a-t-elle été vue sur l'horizon que la révolution de l'univers fait qu'elle se couche. Or si, à partir de Rhodes, on parcourt en bateau 5000 stades et qu'on arrive à Alexandrie, on découvre que cette étoile est distante de l'horizon, à l'instant précis de sa culmination, d'un quart de signe, soit 1/48 de zodiaque. Nécessairement donc la section de méridien céleste qui surplombe la distance Rhodes-Alexandrie en est la 48^e partie; de même l'horizon des Rhodiens est distant de l'horizon des Alexandrins d'1/4 de zodiaque. Puisque la section sur terre située sous cette section de méridien est apparemment de 5000 stades, le segment terrestre qui est à l'aplomb de chacune des sections vaut aussi 5000 stades. Ainsi donc le grand cercle de la terre se trouve valoir 240 000 stades, si du moins il y a bien 5000 stades entre Rhodes et Alexandrie; si non, il est proportionnel à la distance. Voilà à peu près comment procède Poseidonios pour trouver les dimensions de la terre.

3. Le procédé d'Eratosthène, qui relève de la géométrie, passe pour un peu plus obscur. Pour clarifier son propos, nous allons formuler les diverses hypothèses de départ. Posons en premier lieu, dans ce cas aussi, que Syène et Alexandrie sont sous le même méridien; en second lieu, que la distance entre les villes est de 5000 stades; en troisième lieu, que les rayons émis par différentes parties du soleil sur différentes parties de la terre sont parallèles, ce que les géomètres prennent pour hypothèse; en quatrième lieu, ce qui est démontré par les géomètres, que les droites qui coupent des parallèles déterminent des angles alternes égaux, en cinquième lieu, que les arcs interceptés par des

¹Chez Cléomède, le terme « méridien » désigne toujours le méridien céleste (ou grand cercle de l'univers) qui passe au zénith de certaines localités et non le méridien terrestre, celui-ci étant appelé « grand cercle de la terre ».

²Les dodécatémoies ou douzièmes sont la traduction géométrique des signes du zodiaque. Chaque dodécatémoie vaut donc 30° sur le cercle oblique du zodiaque.

angles égaux sont semblables, c'est-à-dire qu'ils sont dans la même proportion et le même rapport avec leurs cercles propres, ce qui est également démontré par les géomètres car chaque fois que des arcs sont interceptés par des angles égaux, si l'un d'eux, n'importe lequel est la dixième partie de son cercle propre, tous les autres seront la dixième partie de leur cercle propre.

4. Une fois ces notions maîtrisées, il ne sera pas difficile de saisir la démarche d'Ératosthène, que voici. Sont situées sous un même méridien, dit-il, Syène et Alexandrie. Puisque donc les méridiens sont des grands cercles de l'univers, les cercles terrestres situés à l'aplomb de ceux-ci doivent nécessairement être des grands cercles, si bien que la dimension attribuée par raison démonstrative au cercle terrestre traversant Syène et Alexandrie sera aussi celle du grand cercle de la terre. Ératosthène dit, ce qui est vrai, que Syène est située sous le tropique d'été. Donc, chaque fois que le soleil, parvenu dans le Cancer, au solstice d'été, culmine exactement au méridien, les gnomons des horloges sont sans ombre, nécessairement, puisque le soleil est situé exactement à la verticale (cela se produit, dit-on, sur un rayon de 150 stades). À Alexandrie (A) à la même heure les gnomons des horloges projettent une ombre, vu que cette cité est située au nord de Syène. Comme ces villes sont situées sous un même méridien ou grand cercle, si nous décrivons un arc (DA) allant de l'extrémité (D) de l'ombre du gnomon à la base même (A) du gnomon de l'horloge d'Alexandrie, l'arc en question sera une section du grand cercle de la *scaphè*³, puisque la *scaphè* de l'horloge est située à l'aplomb d'un grand cercle. Si donc nous imaginons des droites ((EO) et (BO)) prolongeant les deux gnomons à travers la terre, elles se rencontreront au centre de la terre (O). Puisque l'horloge à Syène est située à la verticale du soleil, si nous imaginons une droite allant du soleil à l'extrémité (B) du gnomon de l'horloge, il n'y aura qu'une seule droite (BO) allant du soleil au centre de la terre (O). Si nous imaginons, à partir de la *scaphè* à Alexandrie, une autre droite (DE) partant de l'extrémité (D) de l'ombre du gnomon et, par l'extrémité du gnomon (E), allant jusqu'au soleil, cette droite et celle précédemment définie seront parallèles, puisqu'elles vont de différentes parties du soleil à différentes parties de la terre. Or ces droites parallèles sont coupées par la droite (OE) qui va du centre de la terre (O) au gnomon placé à Alexandrie (A), ce qui produit des angles alternes égaux (θ): l'un (AOS) est situé au centre de la terre, à l'intersection des droites ((AO) et (SO)) menées des horloges jusqu'au centre de la terre; l'autre (AED) est situé à l'intersection de l'extrémité du gnomon (AE) à Alexandrie et de la droite (DE) menée depuis l'extrémité de son ombre en direction du soleil en passant par la pointe (E) du gnomon. Sur celui-ci, est construit l'arc (DA) qui va de l'extrémité (D) de l'ombre du gnomon à sa base (A); sur l'autre, celui qui est au centre de la terre (O), est construit l'arc (AS) qui va de Syène (S) à Alexandrie (A). Donc les arcs de cercle (DA et AS) sont semblables, puisque construits sur des angles égaux (AED et AOS). Et donc le rapport de l'arc (DA) dans la *scaphè* à son cercle propre est le même que celui de l'arc (SA) Syène-Alexandrie à son cercle propre. Or l'arc (DA) dans la *scaphè* vaut, trouve-t-on, un cinquantième de son cercle propre; nécessairement donc, la distance (SA) Syène-Alexandrie doit valoir un cinquantième du grand cercle de la terre. Or la distance (SA) en question est de 5 000 stades; et donc le cercle entier vaut au total 250 000 stades. Telle est la démarche d'Ératosthène.

5. On place également, aux solstices d'hiver, des horloges dans les deux villes; les deux projettent des ombres; l'on trouve nécessairement qu'à Alexandrie l'ombre est plus grande, puisque cette ville est plus éloignée du tropique d'hiver. Prenant donc la valeur dont l'ombre à Alexandrie surpasse celle à Syène, on trouve aussi que c'est la cinquantième partie du grand cercle de l'horloge; de cette façon aussi on se rend compte que le grand cercle de la terre vaut 250 000 stades. Le diamètre de la terre sera alors supérieur à 80 000 stades, s'il doit représenter le tiers du grand cercle.

³ Cléomède distingue dans le cadran solaire le gnomon, tige projetant de l'ombre, et la *scaphè*, hémisphère concave gradué mesurant l'ombre du gnomon (cf figure 1)

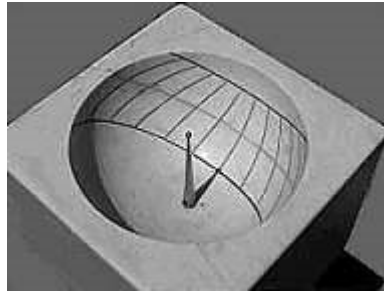


Figure 1 : Photographie d'un cadran solaire hémisphérique ou scaphe

Bibliographie

Auteurs anciens évoquant la mesure d'Eratosthène et valeur référencée:

Censorin (III^e ap. J.C.), Du jour natal, XIII → 252 000 stades
Cléomède (I^{er} ou II^e ap. J.C.) Le mouvement circulaire des corps célestes, I, 10, 1-6 → 250 000 stades (cf. annexe)
Géminos de Rhodes (fl. 50 av J.C.) Introduction aux phénomènes, XVI, 7 (Ératosthène non cité explicitement) → 252 000 stades
Héron d'Alexandrie (fl. 65 ap. J.C.) De la Dioptre (XXXVI) → 252 000 stades
Macrobe (fl. 400 ap. J.C.), Commentaires au songe de Scipion, Livre I, Chap. XX , Livre II, Chap VI → 252 000 stades
Martianus Capella (fl. 415 ap. J.C.), Noces de la Philologie avec Mercure, VI, 596-599 → 252 000 stades (à partir de l'arc entre Méroé et Syène...), éd Les Belles Lettres, tome VI, Livre VI, trad. de B. Ferré, Paris, 2007
Pline l'Ancien (I^{er} av. et ap. J.C.), Histoire naturelle. Livre II, LXXV, LXXVI, CXII, CXIII → 252 000 stades
Strabon (I^{er} av. J.C.), Géographie, Livre II, 5, 4 , Livre II, 5, 7 , Livre XVII, I, 48 → 252 000 stades
Vitruve (I^{er} av. J.C.), L'architecture, I, 6 → 252 000 stades ou 31 500 000 pas

Auteurs modernes:

Aujac G., *Ératosthène de Cyrène, le pionnier de la géographie*, éd. du C.H.T.S., Paris (2001)
Bowen A., Cleomedes and the measurement of the Earth : a question of procedures. *Centaurus*, **50** (1-2), 195-204 (2008).
Delambre J.-B., Histoire de l'astronomie ancienne et Histoire de l'astronomie moderne. Paris: 1817 et 1819.
Dutka J., « Eratosthenes' measurement of the Earth reconsidered », *Arch. Hist. Exact Sci.*, **46** (1), 55–66 (1993)
Goldstein B. R., Eratosthenes on the « Measurement » of the Earth, *Historia Mathematica*, **11**, 411-416 (1984).
Gratwick A.S., Alexandria, Syene, Meroe: Symmetry in Eratosthenes' Measurement of the World, dans *The passionate intellect, essays on the transformation of classical traditions*, éd. Lewis Ayres, Rutgers University, New Brunswick (1995)
Pédech P., *La géographie des Grecs* (p 100), PUF, Paris, (1976)
Rawlins, D., The Eratosthenes – Strabo Nile map. Is it the earliest surviving instance of spherical cartography? Did it supply the 5000 stades arc for Eratosthenes' experiment? *Arch. Hist. Exact Sci.* **26** (3): 211–219 (1982)
Russo L., *La rivoluzione dimenticata; il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano (1996)
Simaan A., Sur l'expérience d'Ératosthène, *BUP* n°**846**, vol. 96, p 1193-1196 (2002)