



Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

Etude d'une loi de commande du point de vue cinématique

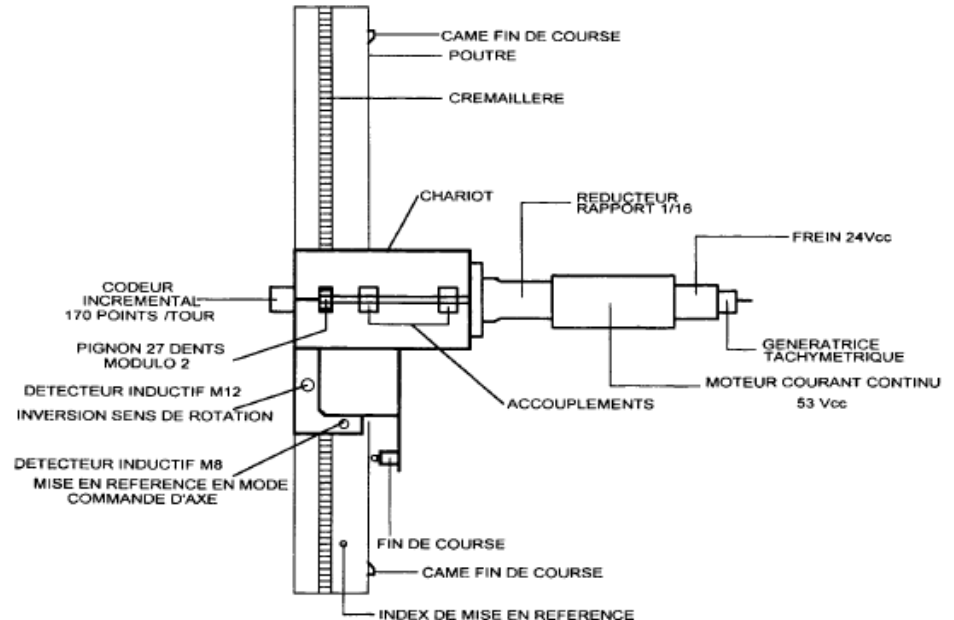
1. présentation

Les différentes lois de commande de la vitesse sont présentées en annexe1
Le choix d'une loi de commande s'effectue en fonction des performances désirées (temps d'exécution , optimisation des contraintes mécanique et thermique)

- Objectif : pour un déplacement linéaire de la charge et en fonction de la loi de commande choisie, en déduire les expressions de :
 - La vitesse en fonction du temps
 - De la position en fonction du temps
 - De l'accélération en fonction du temps
 - Vitesse en fonction du déplacement

2. Etude de la loi de commande :

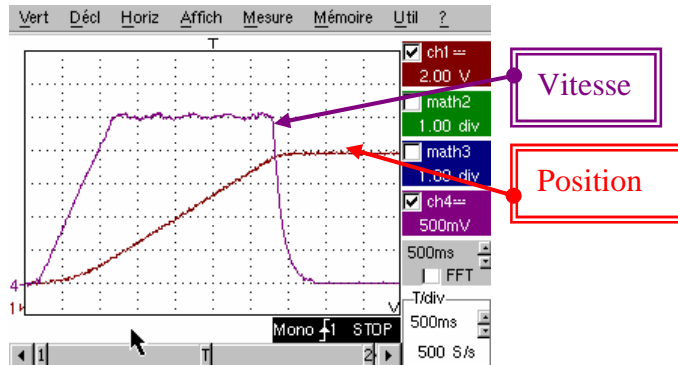
- Accélération : constante
- Décélération : exponentielle





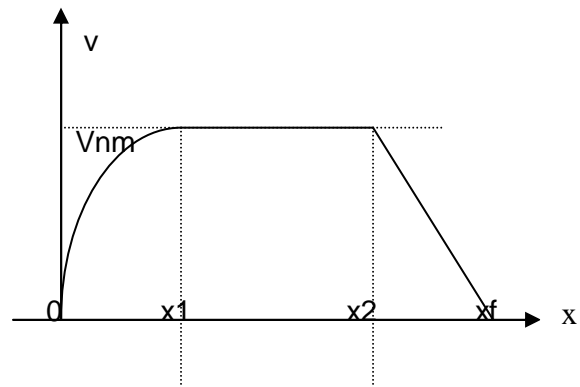
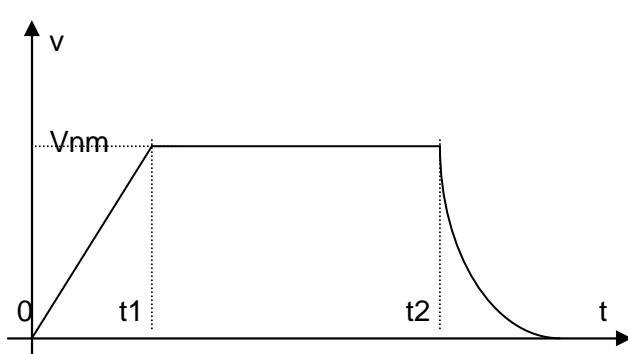
Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

les courbes réelles de la vitesse et du déplacement de l'axe Z sont les suivantes :



3. Etude de la phase d'accélération : [0 t1]

- v : vitesse linéaire en fonction du temps
- x : position en fonction du temps
- a : accélération en fonction du temps
- V_{nm} : vitesse en régime nominal
- A : valeur de l'accélération pendant la phase 1





Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

3.1 Donner les expressions de la vitesse « v » et de la position « x » en fonction du temps ainsi que le temps t_1

- L'accélération étant constante $a=A$; vitesse initiale nulle $v_0=0$:

$$\Rightarrow v = At$$

$$\text{d'où } t_1 = \frac{V_{nm}}{A}$$

- Sachant que la position à l'instant $t=0$ est nulle : soit $x_0 = 0$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2}At^2$$

3.2 En déduire l'expression de la vitesse « v » en fonction de la position « x »

- Sachant que :

- $v = At$

- $x = \frac{1}{2}At^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2x}{A}}$

- $\Rightarrow v = \sqrt{2A} \cdot \sqrt{x}$

4. Etude de la phase 2 : Régime permanent [t_1 t_2]

4.1 Donner les expressions de la vitesse et de l'accélération

- $v = V_{nm}$ de même $v_1 = V_{nm}$; $v_2 = V_{nm}$
- $a = 0$



Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

4.2 En déduire l'expression de la position

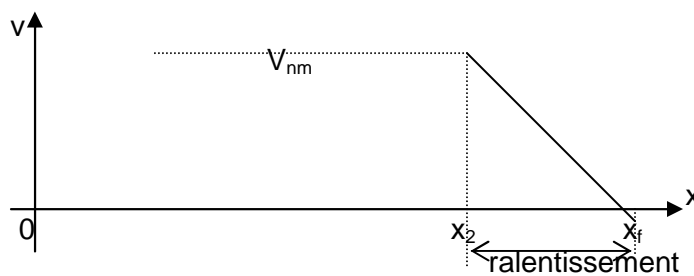
- Expression générale : $x = \frac{1}{2}at^2 + v_1t + x_1$ avec $v_1 = V_{nm}$; $a = 0$

- D'où $x = V_{nm}(t - t_1) + x_1$

5. Etude de la phase 3 : Décélération [t_2 t_f]

partons de l'évolution de la vitesse en fonction de la position :

- Vitesse fonction linéaire décroissante de la position



soit v_2 : vitesse à l'instant $t=t_2$:

$$v_2 = V_{nm}$$

La distance de ralentissement ou de freinage ($x_f - x_2$) peut être définie par x_a :

$$x_a = x_f - x_2$$

5.1 Donner l'expression de la vitesse en fonction de x , x_2 , x_a et V_{nm} pendant [t_2 t_f]

- $v = \frac{-V_{nm}}{(x_f - x_2)} \cdot (x - x_2) + V_{nm}$

- $\Rightarrow v = V_{nm} \left[1 - \frac{(x - x_2)}{x_a} \right]$



Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

5.2 En déduire l'équation différentielle associée à la position « x »

A mettre sous la forme : $x + \tau \frac{dx}{dt} = X$

- $v = \frac{dx}{dt}$
- $\Leftrightarrow V_{nm} - \frac{V_{nm}x}{x_a} + \frac{V_{nm}x_2}{x_a} = \frac{dx}{dt}$
 - $\Rightarrow x + \frac{x_a}{V_{nm}} \cdot \frac{dx}{dt} = x_a + x_2 = x_f$
 - avec $\tau = \frac{x_a}{V_{nm}}$ (constante de temps)
 - et $X = x_f$ (position finale)

5.3 Résoudre l'équation différentielle et en déduire l'expression de la position « x » en fonction de : x_f , x_a , τ et t_2

- La solution d'une équation différentielle du premier ordre est de la forme :

$$x = k1 \cdot e^{\frac{-(t-t_2)}{\tau}} + k2$$

- Calcul du coefficient $k2$:
 $t \rightarrow \infty \Rightarrow x = k2 = x_f$
- Calcul du coefficient $k1$
 $t = t_2 : x_2 = k1 + k2 \Leftrightarrow k1 = x_2 - k2 = x_2 - x_f = -x_a$

- $x = x_f - x_a \cdot e^{\frac{-(t-t_2)}{\tau}}$

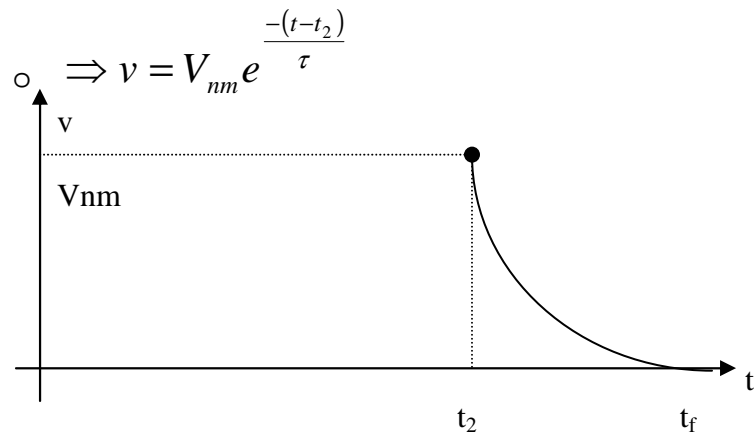


Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

5.4 En déduire l'expression de la vitesse « v » en fonction de : V_{nm} , t_2 et τ

Et tracer l'allure de « v » entre $[t_2 \ t_f]$

- $$v = \frac{dx}{dt} = \frac{x_a}{\tau} e^{-\frac{(t-t_2)}{\tau}} \text{ avec } \frac{x_a}{\tau} = V_{nm}$$



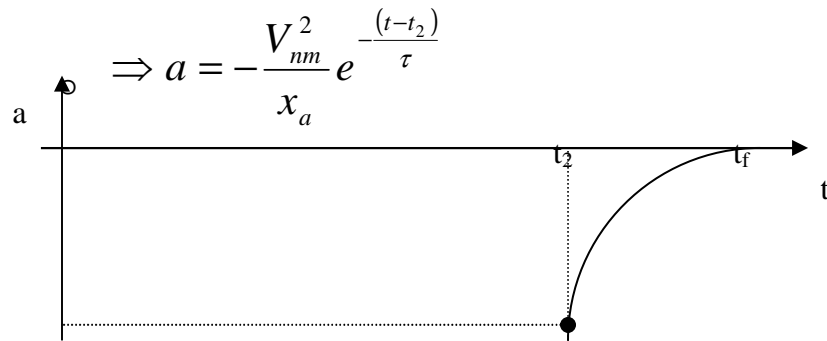


Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

- 5.5 Donner l'expression de la décélération en fonction de : V_{nm} , x_a , t_2 et τ
Et tracer l'allure de « a » entre $[t_2 \text{ } t_f]$.

Expression de la décélération en fonction du temps :

$$\bullet \quad a = \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\tau} \cdot V_{nm} e^{-\frac{(t-t_2)}{\tau}}$$





Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

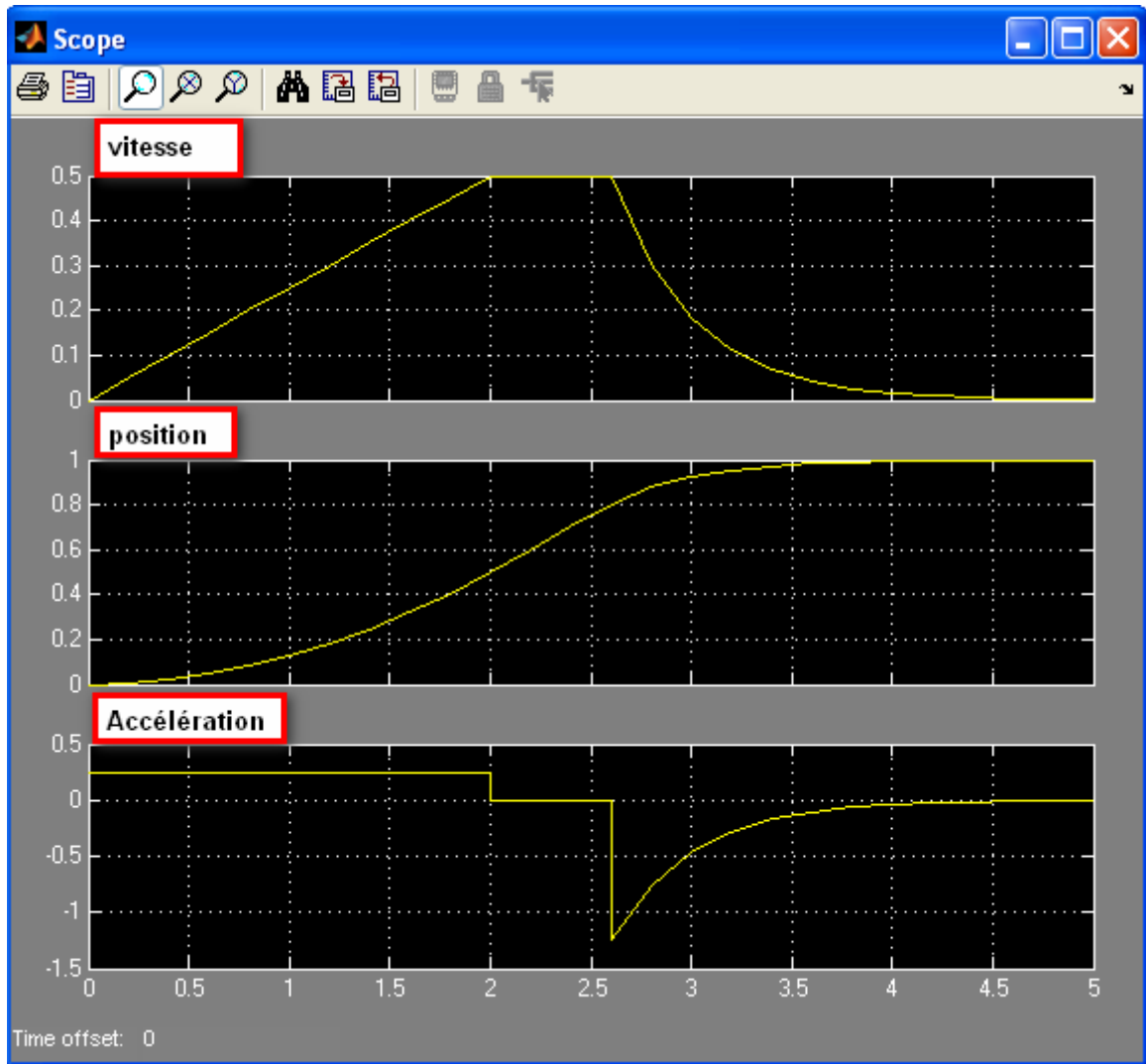
DEUXIEME PARTIE : SIMULATION : ANALYSE TEMPORELLE

Objectif : compléter le fichier SIMULINK « TP1_AXE_Z », afin d'obtenir les réponses suivantes pour un déplacement de l'axe Z :

- Vitesse fonction du temps
- Position fonction du temps
- Accélération fonction du temps



Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

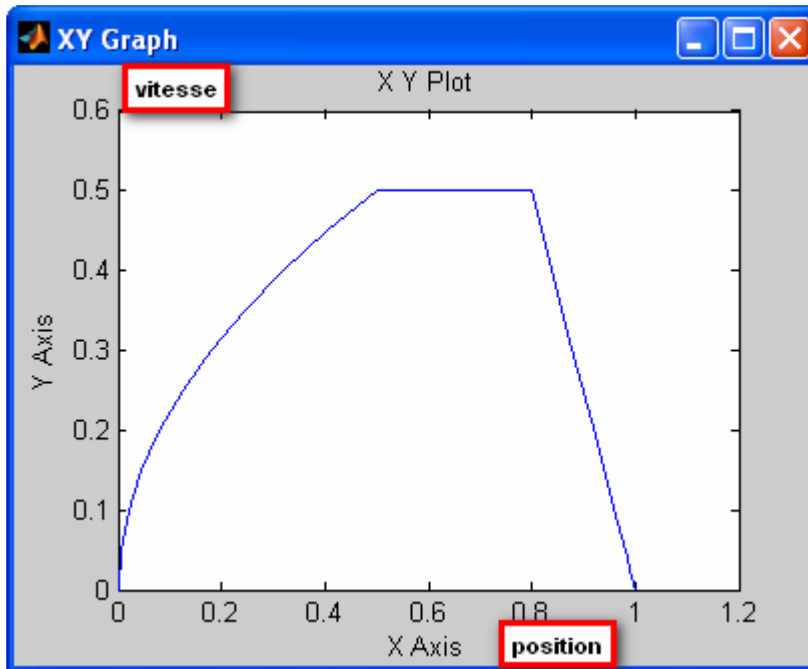


- Les paramètres à fournir :
 - Distance de déplacement en (m)
 - Temps d'accélération en (s)
 - Vitesse nominale en (m/s)
 - Distance d'arrêt

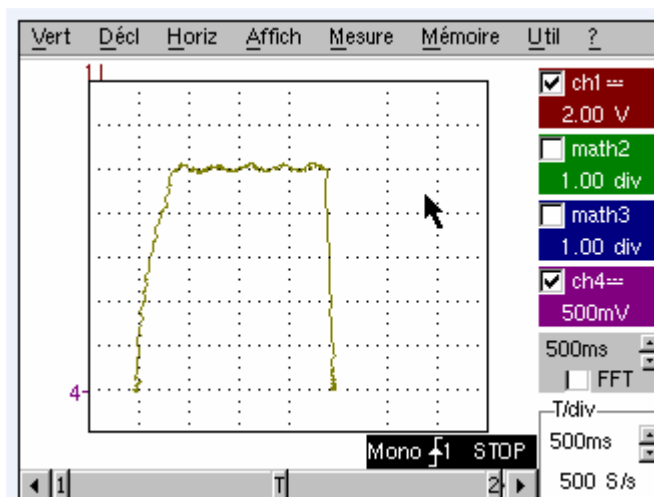
- Vous allez pouvoir visualiser également la vitesse en fonction de la position



Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable



- Et comparer par rapport à la courbe réelle :





Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

1. Rappeler les équations de la vitesse et de la position pour chaque phase de fonctionnement (Accélération, régime permanent, décélération).

- Phase accélération

$$\Rightarrow v = At$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} At^2$$

- Phase régime permanent :

$$v = V_{nm}$$

$$x = V_{nm}(t - t_1) + x_1$$

- Phase de freinage

$$\Rightarrow v = V_{nm} e^{\frac{-(t-t_2)}{\tau}}$$

$$x = x_f - x_a \cdot e^{\frac{-(t-t_2)}{\tau}}$$

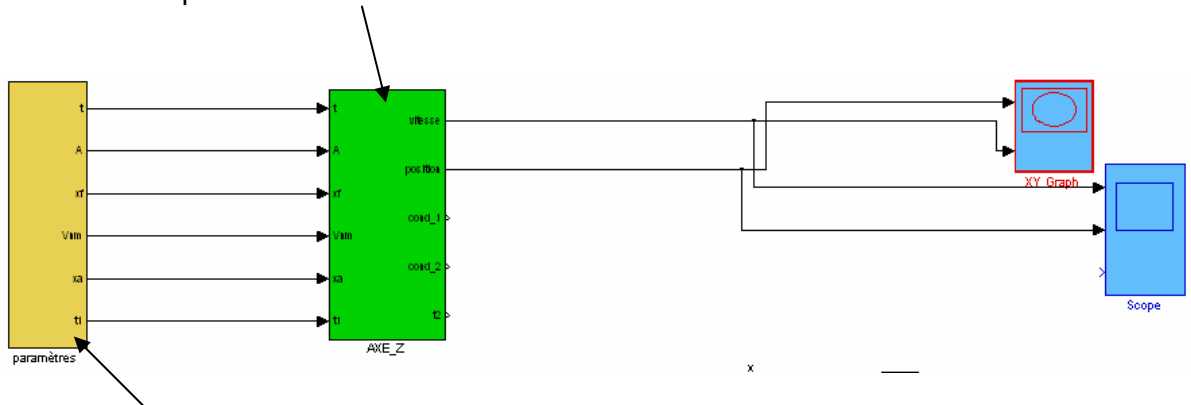


Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

2. compléter le fichier TP1_AXE_Z, conformément au schéma suivant :

ce modèle est basé sur les équations définies précédemment

- pour voir le contenu du sous-système AXE_Z (bloc masqué), double cliquer sur l'icône :



- un double clique sur le module paramètres permet d'entrer les valeurs de simulation
- pour voir son contenu : le sélectionner, menu Edit, Look Under Mask

2.1 Réaliser le schéma

2.2 Simuler en entrant les paramètres suivants :

Parameter	Value
distance de déplacement (m)	1
distance d'arrêt (m)	0.2
Vitesse Nominale (m/s)	0.5
temps d'accélération (s)	2



Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

3. Simulation de l'accélération

3.1 *Rappeler les équations de l'accélération pour les trois phases de fonctionnement.*

- Phase d'accélération

$$a = A$$

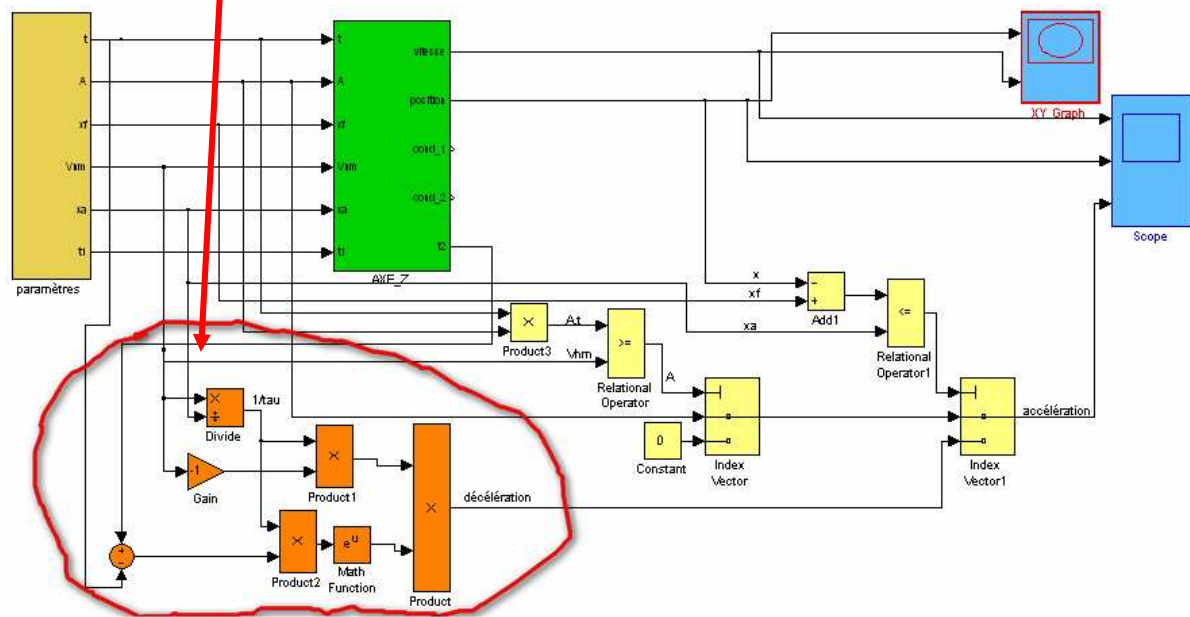
- Phase régime permanent

$$a = 0$$

- Phase de freinage

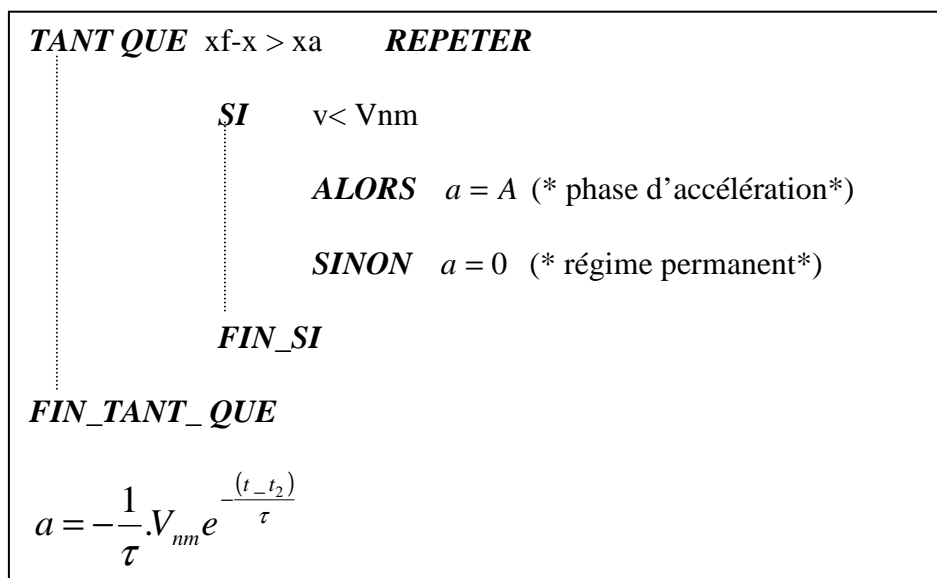
$$a = -\frac{1}{\tau} \cdot V_{nm} e^{-\frac{(t-t_2)}{\tau}} \text{ avec } \frac{1}{\tau} = \frac{V_{nm}}{x_a}$$

3.2 réaliser le schéma vous permettant d'obtenir l'équation de a pendant la phase de freinage.



3.3 **Analyse séquentielle du calcul de a**

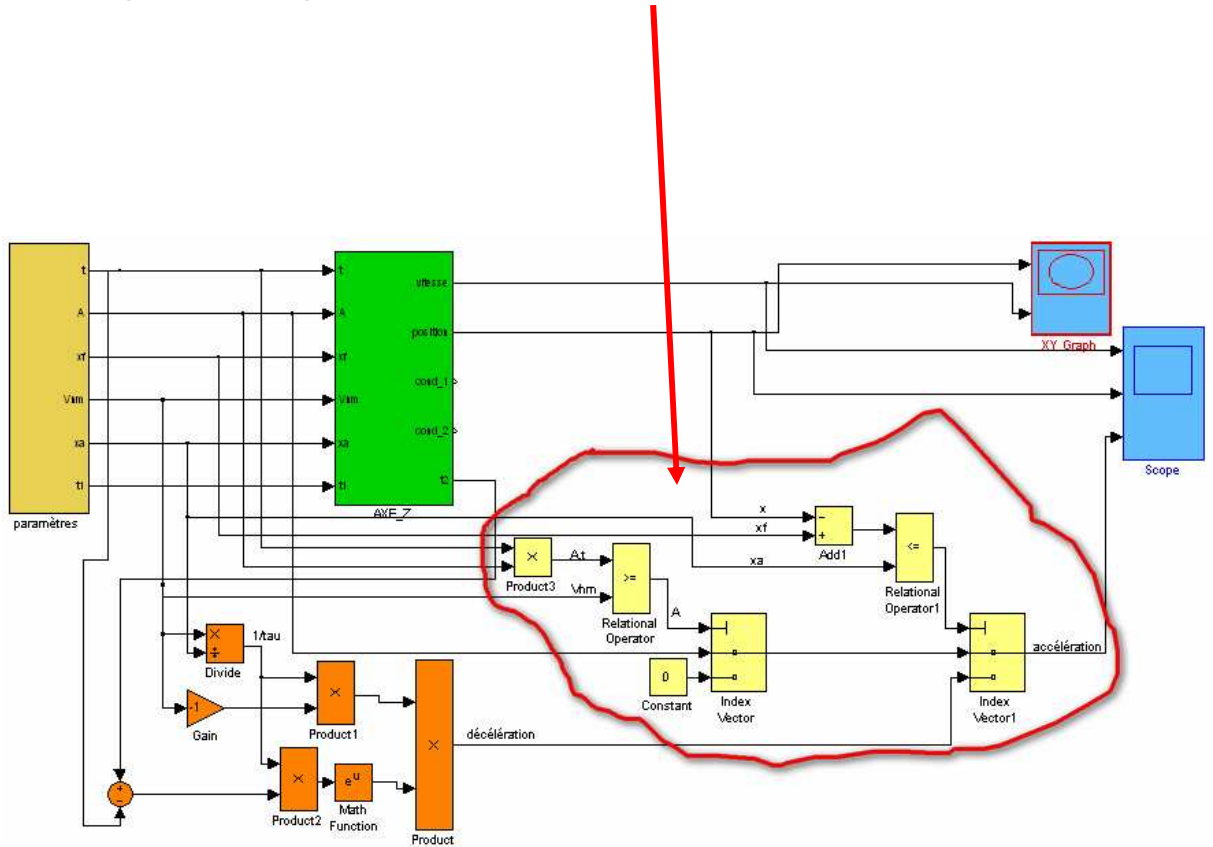
Donner l'algorithme de calcul de l'accélération a





Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

3.4 Réaliser le traitement séquentiel en utilisant les blocs conditionnels (index vector), conformément au schéma suivant :



3.5 Essayer et interpréter les résultats en fonction des équations obtenues.

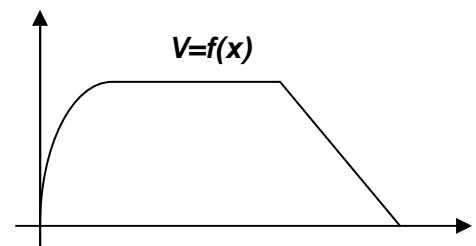
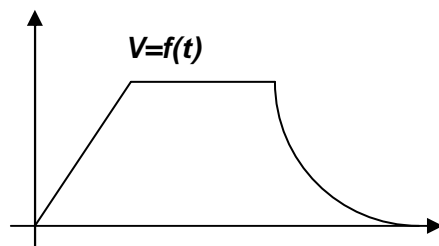


Sciences et technologies de l'Industrie et du développement durable

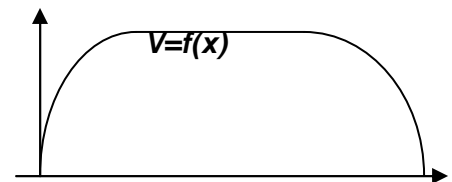
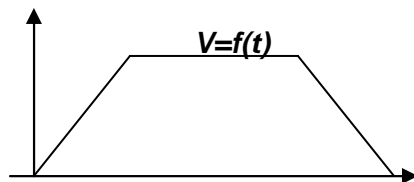
ANNEXE1

Différentes lois de commande de la vitesse

- A. Accélération : constante
Décélération : exponentielle**



- B. Accélération : constante
Décélération : constante**



- C. Accélération : sinus
Décélération : sinus**

